

perio*diek

op regelmatige tijden terugkerend jaargang 2010 nummer 1



Inhoud

6 The Black Hole Hero

We all know that a black hole eats anything it meets, but few people know what happens inside it. The Periodiek presents an interview with Andrew Hamilton, who went there and back again.

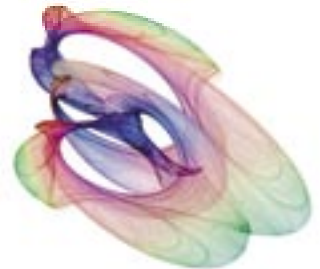


10 Trouw niet voor je 33 bent!

Het fijne aan de wetenschap is dat het objectief de moeilijke problemen in ons leven kan beschrijven en oplossen. Waarom zou de liefde daarop een uitzondering zijn?

26 Chaos in de natuur

In 1961 stelde Edward Lorenz een heel eenvoudig klimaatmodelletje op. Niemand had verwacht dat hier zulk complex en nog altijd grotendeels onbegrepen gedrag uit zou voortkomen.



En verder

- 4 In het nieuws
- 14 Nieuw licht op de materie
- 16 Zwarte gaten, hologrammen en magnetronmaaltijden
- 24 De Riemann-oplossing
- 30 Studeren in het buitenland
- 32 De taal van het Voynich-manuscript
- 37 Breinwerk
- 38 Kokkerellen

20 LOFAR

In Nederland staat een van de grootste radiotelescopieën ter wereld. Het is geen gewoon schotelmodel, maar bestaat uit duizenden kleine antennes. Maar hoe verwerk je die terabits per seconde aan data?

15 Een busbaan

Bijna elke student neemt tijdens zijn studie een bijbaantje. De meeste studenten gaan een werkcollege geven of vakken vullen, maar dat zijn niet de enige opties.



Redactie Monique van Beek, Thomas ten Cate, Marion Dam, Ronniy Joseph, Herbert Kruitbosch, Ellen Schallig, Pjotr Svetachov, Marten Veldhuis, Erik Weitenberg

Scribenten Roel Andringa, Chris Broekema, Henk Broer, Erik Duisterwinkel, Keimpe Nevenzeel, Lucas Seuren, Ernst Wit, Stichting 'Professor Hendrik de Waard'

Met dank aan Andrew Hamilton, Jan Kazemier

Adverteerder Stan Ackermans Institute (pag. 40)

Ook adverteren? Neem contact op met bestuur@fmf.nl.

Oplage 1300 stuks

Druk Scholma

ISSN 1875-4546

De Periodiek is een uitgave van de Fysisch-Mathematische Faculteitsvereniging en verschijnt vijf keer per jaar. Eerder uitgebrachte Periodieken zijn na te lezen op perio.fmf.nl. De redactie is te bereiken via perio@fmf.nl.

Van de redactie

Er zijn dingen in het leven die je nooit zult begrijpen. Zo zal ik nooit snappen waarom mensen sneeuw als vrijbriefje zien om hun hond overal z'n behoefte te laten doen, of waarom mijn Mahjongspel altijd vraagt of ik terug naar het spel wil gaan om het opnieuw te proberen als hij net heeft geconstateerd dat er geen paren meer mogelijk zijn. Ook zal ik niet begrijpen waarom het voorwoord niet geliefd is onder de redactieleden. Zo voelde Monique zich niet geroepen om hier haar vertrek aan te kondigen, noch wilde de hoofdredacteur, die het na deze Perio ook voor gezien houdt, op deze manier afscheid nemen van zijn trouwe lezers. We zullen er dan ook nooit achter komen wat voor woordspeling hij hierover in petto had.

Toen de vraag ter sprake kwam wie dit stuk zou schrijven, wezen alle vingers zo snel mogelijk in de richting van het nieuwste lid, dat hierdoor wat verbaasd was en niet

kon weigeren. Zodoende schrijf ik deze eerste woorden, maar mij is nog niet duidelijk waarom de anderen dit klusje zo graag delegerden.

Soms vraag ik me af of de dingen die je nooit begrijpen zult, juist die dingen zijn, die je niet begrijpen *wilt*. Zo wil ik helemaal niet weten waarom mijn pc triviale vragen stelt, maar boeien wetenschappelijke vraagstukken mij wel. Ik ben bijvoorbeeld best benieuwd wat het raadselachtige Voynich-manuscript (deel 2 in deze Perio!) te zeggen heeft. Maar misschien is dit nog niet ontcijferd, omdat wetenschappers niet willen begrijpen wat er staat. Het is natuurlijk altijd zwaar om te moeten publiceren dat een tekst, waar honderden jaren onderzoek naar is gedaan, niets meer zegt dan: "wie dit leest, heeft zijn tijd verspild." Blijkt dat je dan toch beter buschauffeur had kunnen worden ...

— *Marion*

In het nieuws

Watervanger

Waarom vangen spinnenwebben naast allerlei vliegjes ook water? Onze eigen haren kunnen dit niet. Als je 's ochtends naar een spinnenweb kijkt, zie je dat vooral op de knopen dauw verzameld is. Door de microscoop zag men dat de draden heel glad zijn, omdat de vezels parallel liggen. Bij de knopen echter zijn deze vezels willekeurig door elkaar heen geweven en daar blijft het water makkelijk aan hangen. De spinnen zijn hier niet zo blij mee; de kleefkracht van het web gaat erg achteruit als het nat is. Wel een opsteker voor de onderzoekers: misschien kan in de toekomst met deze techniek water uit de lucht worden gehaald.

nature.com

Wachten tot je een ons weegt

Ben je te dik en wil je in je luie stoel afvallen? *Fat chance* dat dat je thuis lukt. Maar misschien wel in de bergen! Een recent onderzoek uit Duitsland suggereert dat de stofwisseling omhoog gaat als je op grote hoogte bent. De obese mannen in het onderzoek mochten niet meer bewegen dan ze normaal thuis deden. Toch vielen ze af, en dus niet alleen omdat je op grote hoogte minder trek hebt. Boek daarom je volgende vakantie naar een hooggelegen oord!



scienecnow.sciencemag.org

Hersensradio

Sommige mensen zijn door een ongeluk of ziekte helemaal verlamd, maar zijn zich nog wel bewust van wat er om hen heen gebeurt. Voor degenen die dit nare probleem hebben, is er nu nieuwe hoop: Amerikaanse onderzoekers hebben een apparaat gebouwd dat hersensignalen onderschept en ze uitzendt met een FM-radio. Een compu-



ter maakt daar vervolgens hoorbaar geluid van, zodat de patiënt toch kan communiceren. Tot nu toe werkt het alleen voor klinkers, maar de onderzoekers hebben er vertrouwen in dat dat probleem snel zal worden opgelost.

medgadget.com

Harry's onzichtbaarheidsmantel bestaat

Chinese onderzoekers zijn bezig met het maken van een metamateriaal (zie Perio 06/07-2 voor de werking van deze materialen): water met daarin bolletjes magnetiet met een diameter van 10 nm, omhuld met een 5 nm dik laagje zilver. Wanneer dit in een magnetisch veld gebracht wordt, zullen de bolletjes ketens vormen. De manier waarop deze ketens zich oriënteren hangt af van de richting van het magnetische veld. De mantel die zo ontstaat, heeft een negatieve brekingsindex, zodat er geen licht meer weerkaatst wordt. Op deze manier zou je licht langs een object achter deze mantel kunnen leiden, waardoor het niet waarneembaar is. De wetenschappers lopen nu nog tegen een aantal obstakels aan, maar mogelijk kunnen mensen in de toekomst een kleed van dit materiaal om zich heen slaan en ongezien Zweinstein binnensluipen.

newscientist.com

Licht van exoplaneet gedetecteerd

Voorheen waren exoplaneten (planeten die om andere sterren cirkelen dan om onze zon) alleen indirect te detecteren, bijvoorbeeld als ze voor hun ster langs schoven. Nu is het, met behulp van de Very Large Telescope in Chili, voor het eerst gelukt om het weerkaatste licht van een exoplaneet, genaamd HR 8799c, direct te detecteren. Deze waarneming is vergelijkbaar met het zien van een kaars die vlak naast een 300W-lamp staat op 2 kilometer afstand. Het spectrum van de waargenomen planeet, die tien keer zo zwaar is als Jupiter, correspondeert echter niet met bestaande modellen. Vooralsnog is het dus niet bekend of de planeet van kaas is gemaakt.

space.com/scienceastronomy

Leuke nieuwtjes uit de wonderde wereld der wetenschap

Vrouwen aan de macht!

Het is de miersoort *Mycocrepurus smithii* gelukt de mannen volledig uit hun midden te verwijderen. Deze mier plant zich al twee miljoen jaar aseksueel voort. Aseksuele soorten mengen hun genen niet, dus het ligt voor de hand dat schadelijke mutaties zich zouden opstapelen. Over het algemeen bestaan ongeslachtelijke soorten op de evolutionaire tijdschaal daarom niet erg lang. Deze miersoort is dus een zeer bijzonder fenomeen.



io9.com

Viagra goed voor de groei

Spammers hebben altijd kritiek moeten aanhoren over hun gebrek aan gerichte marketing; Viagra-pillen worden zowel aan mannen als aan vrouwen aangeprezen. Onderzoekers van de Texas A&M University hebben nu ontdekt dat Viagra, toegediend aan zwangere oöien, goed is voor de groei van de foetus. Sildenafilcitraat, de werkzame stof in de erectiepillen, bevordert namelijk de bloedsomloop in bepaalde delen van het lichaam, waardoor meer aminozuren en andere bouwstoffen kunnen worden aangevoerd. De e-mail-marketeers zijn dus juist altijd heel vooruitstrevend geweest.



sciencedaily.com

Marathon zonder schoenen?

Goed nieuws voor hardlopers: ze kunnen enorm besparen op de kosten van de juiste schoenen. Sterker nog, ze hoeven er helemaal niets meer aan uit te geven. Hardlopen op blote voeten is namelijk beter voor je lichaam dan lopen op hardloopschoenen, ondanks alle gel en lucht die in de zolen zit. Uit onderzoek blijkt dat mensen



die zonder schoenen hardlopen, een schok krijgen van 0,7 tot 1 maal hun lichaamsgewicht. Met schoenen is dit 1,5 tot 2 maal het lichaamsgewicht. Het verschil zit 'm erin dat renners op blote voeten landen op de bal van hun voet of op hun platte voet, terwijl lopers met schoenen op hun hak neerkomen.

sciencenow.sciencemag.org

Zonnecel in het oog

Zonnecellen zijn niet alleen nuttig voor het oplossen van ons energieprobleem. Ook onze ogen zetten licht om in elektriciteit, dus voor oogpatiënten wiens netvlies niet meer goed functioneert kan een zonnecel uitkomst bieden. Het netvlies is echter meestal niet plat, en zonnecellen wel. Onderzoekers in Californië hebben nu een flexibele zonnecel ontwikkeld die veel geschikter is voor gebruik in het oog. Binnenkort zal het eerste prototype getest worden.

newscientist.com

Dinosauriërs in Technicolor

De tijd van artistieke uitingen op het gebied van kleuren van dino's is voorbij. Een team van Britse en Chinese wetenschappers heeft bij sommige fossielen aanwijzingen gevonden van melanosomen, kleine structuren die gedeeltelijk verantwoordelijk zijn voor de kleuren van moderne vogelveren. Hiermee is het mogelijk om miljoenen jaren na het uitsterven toch nog te weten te komen hoe de dinosauriërs eruit hebben gezien. De kleur van dino's is niet alleen interessant voor Jurassic Park. De kleuren van moderne vogelveren spelen een rol bij de verkoeling, camouflage en communicatie van de vogel. Kennis over de kleuren van de dinosauriërs zou ons daarom meer informatie kunnen geven over hoe deze dieren lang geleden geleefd hebben.

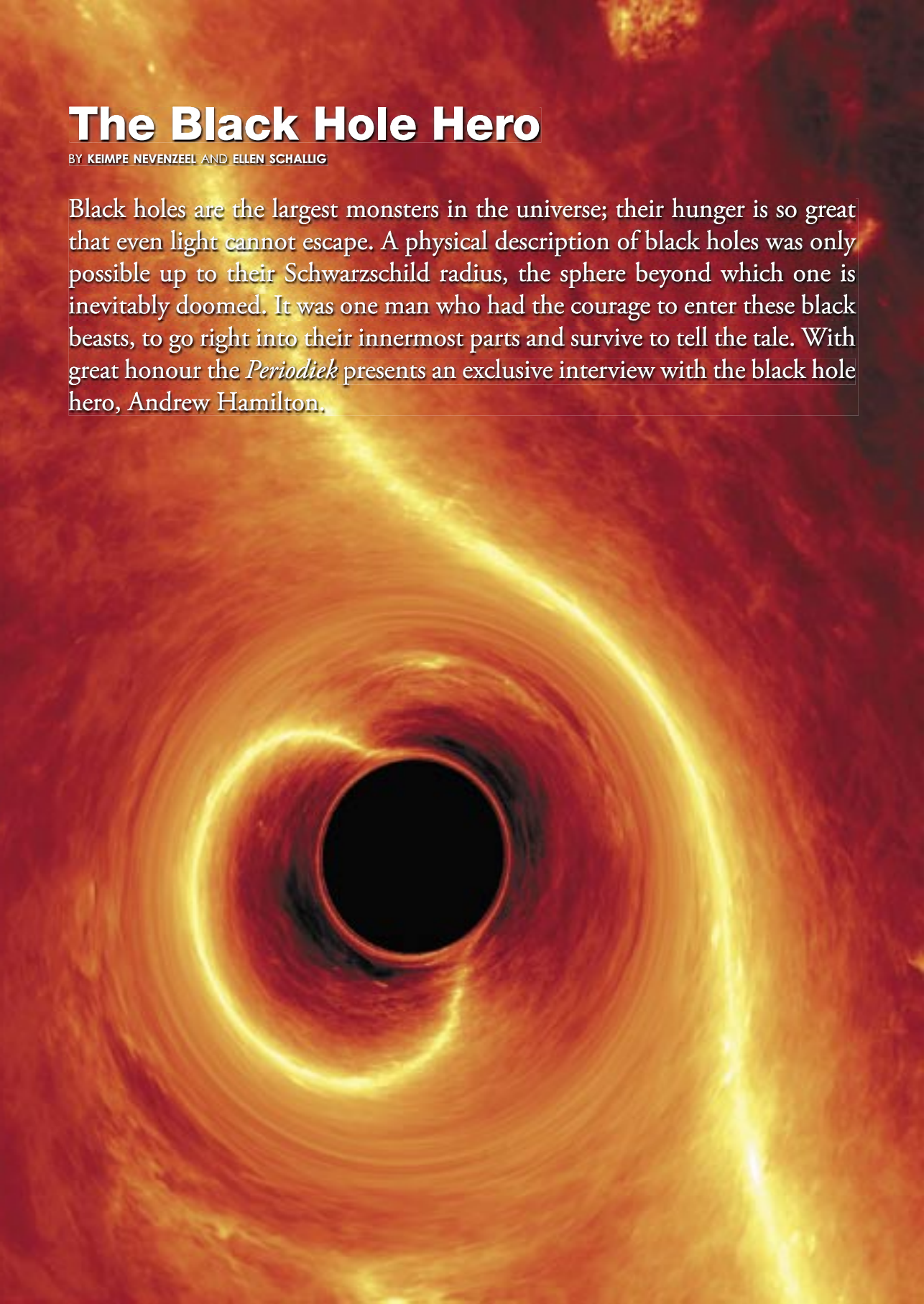
scienceblogs.com



The Black Hole Hero

BY KEIMPE NEVENZEEL AND ELLEN SCHALLIG

Black holes are the largest monsters in the universe; their hunger is so great that even light cannot escape. A physical description of black holes was only possible up to their Schwarzschild radius, the sphere beyond which one is inevitably doomed. It was one man who had the courage to enter these black beasts, to go right into their innermost parts and survive to tell the tale. With great honour the *Periodiek* presents an exclusive interview with the black hole hero, Andrew Hamilton.



You made your name in cosmology and the study of large scale structure. What are your main contributions to the field?

I started in mathematics, but I was always interested in the most fundamental problems of the universe. The trouble is, there isn't a book "by the way, the secret of the universe is to be found here." But cosmology is very fundamental. If the secret of the universe was to be found anywhere, it would be found there. So I moved to astrophysics, and to equip myself to be a good astrophysicist I learned quantum mechanics, electromagnetism and all those good things an astrophysicist really needs to understand.

I tended to specialize in things which were mathematically quite challenging and I found I was able to do them. I still enjoy mathematics; I don't think I'm a very good mathematician if I compare myself to mathematical mathematicians, but for an astrophysicist I'm quite good. What I chose to do was to obtain the power spectrum of galactic clusters, which had as ultimate goal to measure the cosmological parameters. I think we succeeded in that. But about the time we were doing that, cosmology got solved!

Cosmology got solved? There are people who might disagree on that; of 95% of the universe we know nothing.

The revolution of the universe happened in 1998, the discovery of dark energy which causes the universe to accelerate. This is consistent with a plain vanilla cosmological model with six parameters. From an astronomical point of view you are not going to understand what the nature of dark matter and dark energy is. We may be able to map out the equation of state of dark energy, which so far seems to be consistent with a cosmological constant due to quantum fluctuations of the vacuum (although we are still quite a few, 10^{120} , orders off). At the moment there is a major effort to map out how dark energy varies as a function of redshift, for which you need to map out galaxies or dark matter due to gravitational lensing. That is what astronomers can do, but knowing what dark matter

and dark energy is, is a task for particle physicists. The way I look at it is that the astronomers are well ahead of the physicists: we give them problems.

So after cosmology got 'solved' you took a sabbatical year. What did you do during that year?

I spent that year as a visiting professor at the Denver Museum of Nature and Sciences on black hole visualization. They were rebuilding their planetarium, a major planetarium in the US named the Gates planetarium, and in 2000 they were looking for someone who could make scientifically accurate content for their new dome. I suggested doing something with black holes and basically spent my sabbatical developing the software for that.

And with success: your software became the world's best black hole visualization software. Besides science and lectures, what is the software used for?

Besides dome shows in planetaria, my software has been used for shows on Discovery Channel, National

Cosmology

Cosmology is the study of the universe as a whole. It addresses fundamental questions like: *What is the content of the universe?* and *How will the universe evolve?* Modern cosmology reveals that normal matter represents only 4.2% of the energy content of the universe. The rest is accounted for by dark matter (19.7%) and dark energy (71.6%) (see also the article by Roel Andringa in *Periodiek* 2008-5 for more information on dark energy). The mainstream cosmological models use six parameters to completely describe the universe. The three most important parameters are the normal matter density, the dark matter density and the Hubble parameter (a parameter related to the expansion factor of the universe).

Geographic Channel, the USA History Channel and most recently for a Hollywood movie which I am contractually not allowed to mention, because the movie is not out yet!

One of the reasons for the success of my software is that it allows you to really go into a black hole. I've seen some NASA animations where you go to a black hole and just before its border they stop and you see the spectators' frustration: "take us in!" For me, this is just mathematics, so I thought, fine, I'll take you in. I assumed this could be found in the general relativity literature and that it was known for decades, but I couldn't find a single paper which told me how to do ray tracing inside a realistic (rotating, mass accreting) black hole. I don't know whether another area of physics exists that is so fascinating to the public and yet so little researched by scientists! I found some things that nobody had discovered before, just because nobody started to think about this. Why not? It seems so obvious. Many books have been written on black holes, but all from a mathematical perspective ...

What do you want to learn about black holes that cannot be described by mathematics?

I wanted to know what happens when you fall into a black hole and I wanted to visualize that. Mathemati-

cians are not asking these questions, they are answering a different set of questions. What I have been finding is that the conditions in a real astronomical black hole have different physical consequences than the ones in the literature. So it is real new research, but to me very obvious research. It is like question 1, part *a*: what really happens in a real black hole? I realized that the only solution was to be found by creating models myself.

What did you find out?

We know what the analytic solutions for empty black holes are: we know they contain wormholes, white holes, connections to new universes. And we know from the Penrose-Hawking singularity theorems that that can't be right: if you look at the singularity of a charged black hole or a rotating black hole, they are infinitely gravitationally repulsive. How can a singularity form if they are infinitely gravitationally repulsive?

I was aware there was something wrong with the standard solutions but in the literature I couldn't find any paper that helped me do ray tracing inside a black hole. At the same time I made visualizations and was going on TV to explain what happens inside, so I needed to know what was going on!

Black holes

Black holes are singularities in spacetime around which spacetime is heavily curved. The radius at which the curvature is such that light just can escape is named the event horizon. The simplest type of black hole has only mass; the event horizon of such a black hole is called the Schwarzschild radius. For rotating black holes the event horizon splits in two components: the inner and the outer event horizon.

Near the inner horizon the bizarre mass inflation instability occurs: a density increase of a factor e^{1000} within 1 millimeter. This instability is due to relativistic

counter streaming between ingoing and outgoing streams near the inner horizon. The outgoing streams arise because, interestingly, a rotating black hole is gravitationally repulsive inside the inner horizon. The ingoing streams are simply caused by infalling matter. These streams resemble a particle accelerator, as particles from opposing streams are colliding with ultra relativistic speeds.

It is usually assumed that all the mass of a black hole is located in the singularity. Therefore, the existence of the mass inflation instability (black hole mass which is not in the singularity), shows a contradiction in today's understanding of black holes.

Andrew Hamilton started his education with a BA in Mathematics at Catz, Oxford and obtained his PhD in Astronomy at the University of Virginia. Since 1986 he is a Professor of Astrophysics and Planetary Sciences at the University of Colorado, Boulder. Besides this he is a Fellow of JILA and affiliated with CASA. He has published on a broad range of astrophysical topics, including supernovae, cosmology and black holes, and his black hole simulator software is world famous. Andrew is married and has two wonderful daughters, one studying neuroscience and the other apparel design.



Prof. dr. Andrew Hamilton

How deep did your research let you go thus far?

Now we have gotten to the point where we are exploring the mass inflation instability discovered by Eric Poisson and Werner Israel in 1990. The instability can be conceptualized as a particle accelerator, inside a black hole. You have two streams of particles colliding in a very very thin layer at a very big radius, so it is a plane-parallel approximation. The mass inflation instability is really a crazy instability: you go from vacuum up to the Planck density in 1 millimeter. Would a mathematician think this is correct? Numerically, if you found something like that, you would say “my program crashed.” Gradually we try to work through the physics of what happens in these kinds of circumstances. We are not trying to invent any new physics, but are rather trying to completely understand what general relativity predicts.

In a real situation, the cross sections will remain small until you hit the Planck scale. At that point, you really don't know what to do except to turn to string theory, our best theory of quantum gravity and the only one that makes at least some mathematical statements. Suppose you are on one of those streams and see the oncoming stream. According to string theory, when the stream approaches the Planck density the particles in it cease to be particles and they start to look like strings. As the momentum increases these strings get bigger and bigger, so effectively the cross section increases. Therefore at the string scale, where all these

string interactions come into play, you expect a sudden increase in the cross sections and there should be collisions, which should make the beams slow down making the particles less stringy again. And then, we don't exactly know what will happen ...

It seems you use string theory to help find out what happens, but for the moment string theory is more like mathematics than like physics ...

But that is the interesting thing here, this is one of the very few places where astrophysics collides with string theory and it is happening in a nice direction: instead of string physics producing astrophysics, it is astrophysics producing string theory. We know what we are doing, so maybe we can do some calculations and obtain some insights on string theory! I don't know, I don't know yet.

In your opinion, what will be the greatest puzzle in 21st century science?

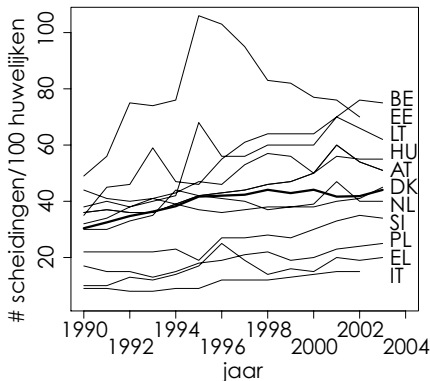
We still don't understand the unification of quantum mechanics and gravity. It is huge and I don't think it will be solved in my time. My perspective on this is: just keep calculating and see what nature throws at you instead of approaching it from the other end; coming up with some great theory of quantum gravity. I'm not sure I can do that. But we have a lot of fun by taking an astrophysical perspective and going along for the ride. Let's see where it takes us! •

Trouw niet voor je 33 bent!

DOOR ERNST WIT

Huwelijksadvies van een statisticus

Op zoek naar een droompartner? Of twijfel je of je huidige liefde de ware is? Geen angst, de Periodiek komt met de handleiding zodat jij ooit wel je ware valentijn vindt.



FIGUUR 1 Ontwikkeling van het aantal scheidingen in de afgelopen jaren (de landen, van hoog naar laag, zijn België, Estland, Litouwen, Hongarije, Oostenrijk, Denemarken, Nederland, Slovenië, Polen, Griekenland en Italië; de dikke lijn is het EU-gemiddelde).

Het probleem van huwelijksgeluk (of gebrek daaraan) is eeuwenoud. Heden ten dage zien we dit terug in de vele scheidingen in ontwikkelde landen en in de discussie over de juiste balans tussen werk en vrije tijd. De statistiek speelt hierin een rol: zij verzamelt, vergelijkt, analyseert en toont de gegevens die met het probleem te maken hebben.

Figuur 1 laat de hoeveelheid scheidingen per 100 huwelijken in een land per jaar zien voor een aantal Europese landen [1]. Hier is te zien dat het aantal scheidingen in de katholieke Zuid-Europese landen het laagst is, en in de Baltische landen het hoogst. De West-Europese en Scandinavische landen zitten ergens in het midden, met Nederland vrij ver naar onderen en België bovenaan.

Volgens het Zweedse Nationale Bureau voor de Statistiek scheiden wiskundigen en statistici, op één beroepsgroep na, het minst (gegevens 2007, www.scb.se) – ze eindigen net achter mensen die putten slaan of werken op olieraffinaderijen. Je hoeft daarentegen niet op een lang huwelijk te rekenen als je trouwt met een

vuilnisman, piloot, kapitein of gids, die het slechtst uit dit onderzoek kwamen.

Statistiek is de krachtigste vorm van inductief redeneren. Zij stelt ons in staat om aan de hand van onderzoek naar specifieke gevallen conclusies te trekken over het algemene. Zulke conclusies zijn natuurlijk niet volkomen betrouwbaar, maar statistiek geeft wel voor elke conclusie aan hoe waarschijnlijk hij is.

Statistiek kijkt doorgaans achteruit. Zij zoekt patronen en trends in oude gegevens. De kansrekening, oftewel stochastiek, aan de andere kant, is een deductief gereedschap dat in principe betrouwbare conclusies over de toekomst kan trekken, gegeven een verzameling van aannames. Dit artikel beschrijft hoe we het probleem van het huwelijk kunnen formuleren als een wiskundig beslissingsprobleem. Om dit probleem te optimaliseren, moeten we dus de noodzaak van een scheiding verminderen. Gegeven het succes van statistici (of tenminste, de Zweedse) in het huwelijk zou hun advies hierover wel eens waardevoller kunnen zijn dan het op het eerste gezicht misschien lijkt.

Strategie 'hartenbreker'

Om het huwelijksprobleem naar een wiskundig beslissingsprobleem te kunnen vertalen moeten we een aantal aannames maken. We nemen aan dat we met de beste van alle M toekomstige kandidaten willen trouwen. Over iedere partner weten we alleen hoe hij of zij scoorde ten opzichte van de eerdere kandidaten.

We gaan één voor één met deze potentiële partners uit, en na een bepaalde periode beslissen we of we iemand dumpen of willen huwen. De beslissing om iemand te dumpen is definitief; je kunt niet teruggaan naar een eerdere partner nadat je nieuwe kandidaten hebt ontmoet. Misschien is het echte leven niet zo hard als we het hier formuleren, maar als geheel is het een redelijk realistisch model van hoe je een levenspartner kiest. Sommige mensen daten misschien liever meerdere kandidaten tegelijk, of gaan terug naar een eerdere vlam, maar dat gebeurt niet vaak en gaat doorgaans mis.

Er is alleen een vervelend probleem met deze M : hoe weet je van tevoren hoeveel kandidaten we tegen zullen komen? Het blijkt dat we dat probleem kunnen omzeilen met een vrij realistische aanname. We komen hier nog op terug.

Welke strategie moeten we nu gebruiken om uiteindelijk de beste van alle mogelijke partners te krijgen? Het hangt duidelijk af van het aantal toekomstige partners, M . Als dit er veel zijn, is het handig om langer te wachten. Verder zijn er twee krachten die de beslissing in tegengestelde richtingen duwen:

- als we langer wachten, weten we meer over de kwaliteit van kandidaten en herkennen we dus de goede;
- als we langer wachten, wordt het steeds waarschijnlijker dat de beste kandidaat al geweest is.

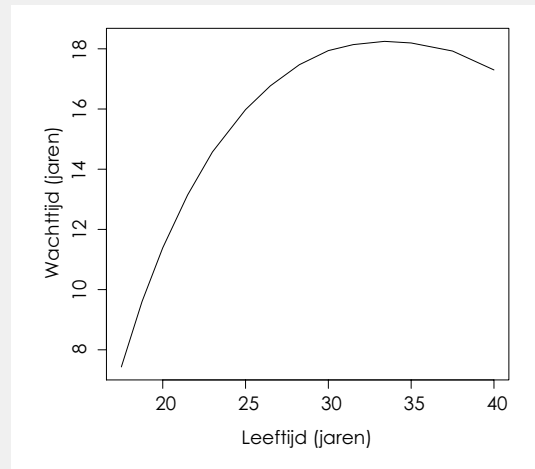
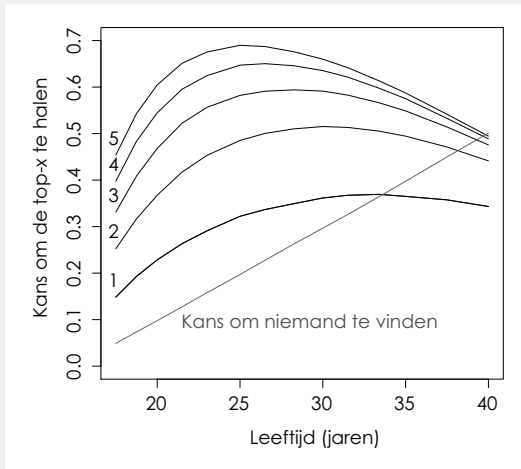
Daarom stel ik de *hartenbrekersstrategie* voor: wijs de eerste $R_M < M$ kandidaten af. Trouw daarna met de eerste kandidaat die beter is dan alle eerdere.

Hoewel deze strategie al sinds het begin der tijden in gebruik moet zijn, werd pas in 1958 door Merrill Flood bewezen dat hij beter was dan iedere andere strategie. Het mooie is dat deze strategie de kans op succes, dat wil zeggen trouwen met de beste kandidaat, erg versimpelt:

$$\begin{aligned}
 P(R) &= P(\text{beste huwelijk} \mid \\
 &\quad M \text{ kandidaten, } R \text{ afwijzingen}) \\
 &= \sum_{i=R}^{M-1} \frac{1}{M} \frac{R}{i} \\
 &= \frac{R}{M} \sum_{i=R}^{M-1} \frac{1}{i} \\
 &\approx f \int_f^1 \frac{1}{t} dt \\
 &= -f \log(f),
 \end{aligned}$$

waar $f = R/M$ en de benadering correct is tot 5% voor $M = 10$ en tot 0.5% voor $M = 100$.

Hmmm... Geduld!



FIGUUR 2 De grafiek links toont de kans om te trouwen met een kandidaat uit de top- x (voor $x = 1, \dots, 5$) van alle mogelijke kandidaten als we stoppen met rondkijken op een bepaalde leeftijd, aannemend dat kandidaten evenredig opduiken tussen 15 en 65. De stijgende rechte lijn is de kans

om nooit te trouwen als we de hartenbrekersstrategie gebruiken tot een bepaalde leeftijd. De figuur rechts toont hoe lang je gemiddeld moet wachten voor je een kandidaat vindt die beter is dan alle vorigen, als je stopt met rondkijken op een bepaalde leeftijd, onder dezelfde aanname.

Love is a Waiting Game

We hebben nu een uitdrukking gevonden voor de kans dat we, aan de hand van onze hartenbrekersstrategie, trouwen met de beste van alle mogelijke kandidaten. Het is gemakkelijk te zien dat de functie $-f \log f$ maximaal is op $f = e^{-1}$ met een maximum van e^{-1} . Met andere woorden: we moeten de eerste 37% van alle mogelijke partners afwijzen voor we gaan zoeken naar één die beter is dan alle vorige. De kans dat we de beste vinden is dan maximaal, namelijk 37%. Opmerkelijk genoeg hangt dit niet af van het totale aantal partners, M . Dat is eigenlijk erg vreemd: als $M = 1000$, zou een willekeurige strategie ons een succeskans van 0.001 geven, terwijl de hartenbrekersstrategie een 368 keer zo hoge kans heeft!

Omdat het optimum alleen afhangt van de verhouding R/M , en niet van R of M zelf, kunnen we de onbekende M negeren. Door te veronderstellen hoe

de huwelijkskansen over ons leven verdeeld zijn kunnen we het probleem oplossen als functie van tijd. We hoeven alleen maar een datedichtheidsfunctie over ons leven te definiëren en te kijken op welk moment de dichtheid een cumulatieve waarde van e^{-1} bereikt. De simpelste manier is aannemen dat de huwelijkskansen evenredig verdeeld zijn tussen 15 en 65; dan krijgen we een plaatje zoals links in figuur 2. De lijn gemarkeerd met een 1 is de functie $-f \log f$ herschaald tussen 15 en 65 met een optimum bij 33. Dit betekent dat als we de beste kans willen hebben om de beste partner te vinden, we moeten flirten zonder serieuze intenties tot we 33 zijn, en daarna op zoek gaan naar een stabiele partner.

Probleem 1: distributie van huwelijkskansen

Misschien zijn we te streng geweest voor de oudere generatie. Wie zegt dat het leven eindigt als je 65

bent? Aan de andere kant, daten oude mensen nog wel zo veel als jonge? Wat als de huwelijkskansen niet evenredig verdeeld zijn, maar bijvoorbeeld volgens de dichtheidsfunctie

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda(t-18)}, \quad t > 18?$$

Een andere manier om deze dichtheidsfunctie te interpreteren is om de onzekere toekomst te laten voor wat hij is; dan kan $S(t) = 1 - \int_{18}^t f(\tau) d\tau$ gezien worden als een overlevingsfunctie. Het optimum kunnen we vinden door $1 - \lambda e^{-\lambda(t-18)} = e^{-1}$ op te lossen, wat leidt tot

$$t = 18 + \frac{0.46}{\lambda}.$$

Voor de redelijke waarde $\lambda = 0.035$ vinden we dat het optimum ligt bij de leeftijd van 31 jaar. Aangezien dat niet erg verschilt van ons eerdere optimum van 33 houden we ons aan de originele aanname dat trouwens evenredig verdeeld zijn tussen 15 en 65.

Probleem 2: wachten op liefde

Misschien heb je nu de verkeerde indruk gekregen dat deze strategie ervoor zorgt dat mensen trouwen in hun dertiger jaren, hetgeen een redelijke benadering van het moderne leven lijkt. Helaas is dat niet het geval. Volgens de strategie moet je tot je 33 bent iedereen *onvoorwaardelijk* afwijzen. Daarna wijs je nog eens iedereen af die minder goed was dan de vorige dates. En dat kan even duren. De grafiek rechts in figuur 2 toont de gemiddelde wachttijd *nadat* je gestopt bent met onvoorwaardelijk afwijzen. Dus als je tot je 33^e wacht, zoals de theorie aangeeft, moet je *nóg* gemiddeld 18 jaar wachten voordat je je partner vindt (en daarbij negeren we voor het gemak even de 37% die nooit een partner zal vinden, omdat de beste partner al geweest is). Reken er dus maar niet op dat je trouwt voor je 50^e!

Dit vooruitzicht is misschien wat onaantrekkelijk – vooral vanuit een evolutionair standpunt. Misschien halen we het aantal scheidingen zo omlaag, maar ook het aantal kinderen! Er moet dus een compromis komen. Wat als we niet per se de beste willen vinden, maar iemand uit, laten we zeggen, de top-3 of top-5?

Hoewel het rekenwerk er niet overzichtelijker op wordt, is het niet onmogelijk: links in figuur 2 zie je een benadering van deze kansen onder aanname van een uniforme verdeling van huwelijkskansen tussen 15 en 65. Merk op dat als we serieus gaan zoeken op ons 25^e, we nog 15 jaar moeten wachten voor we iemand vinden die beter is dan alle vorige kandidaten, maar dat we dan wel bijna 70% kans hebben op een partner uit de top-5.

Maar hoe je het ook bekijkt, zoals Roberta Flack en Peabo Bryson al zongen in 1981: *Love is a Waiting Game!*

Wat hebben we geleerd?

Misschien is het niet zo verrassend dat er zoveel scheidingen zijn. Weinig mensen zouden een strategie willen gebruiken die ervoor zorgt dat ze pas trouwen na hun 50^e. Sterker nog, uit experimenteel werk [2,3,4] is gebleken dat mensen doorgaans te vroeg stoppen in veel vergelijkbare situaties. Mensen zoeken bijvoorbeeld niet lang genoeg naar benzinstations of vliegtickets. Deels kun je dat verklaren met de kosten van het evalueren van kandidaten, maar het laat ook zien dat mensen het moeilijk vinden om te leven met onzekerheid. We houden vast aan wat we hebben, terwijl we zouden moeten hopen op meer. •

Referenties

- [1] Eurostat, “New Cronos database.” Online, 2003. Opgehaald op 11-03-2007.
- [2] J. N. Bearden, R. O. Murphy, A. Rapoport, “A multi-attribute extension of the secretary problem: Theory and experiments.” *Journal of Mathematical Psychology*, 49: 410–425, 2005.
- [3] J. N. Bearden, A. Rapoport, R. O. Murphy. “Sequential observation and selection with rank-dependent payoffs: An experimental test.” *Management Science*, 52:1437–1449, 2006.
- [4] D. A. Seale, A. Rapoport, “Sequential decision making with relative ranks: An experimental investigation of the ‘secretary problem’.” *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 69:221–236, 1997.

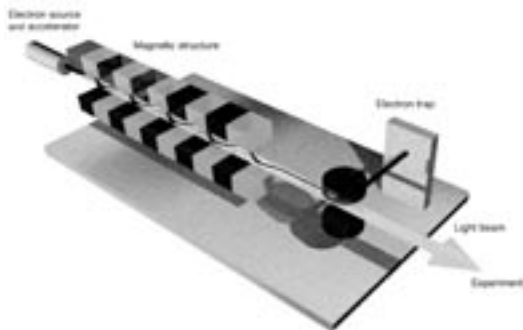
Nieuw licht op de materie

VAN DE STICHTING 'PROFESSOR HENDRIK DE WAARD'

Met de komst van lasers zijn een groot aantal nieuwe vakgebieden ontstaan, onder andere het veelbelovende Optical Biophysics: het bestuderen van 'levende' systemen zoals cellen en virussen met behulp van coherent licht. Helaas speelt het grootste deel van de biologie zich af in een voor normale lasers onbereikbaar golflengtegebied. Een combinatie van versnellertechnieken en lasertechnologie biedt nu een oplossing: de vrije-elektronen laser (FEL).

De FEL is een laser die, net als conventionele lasers, coherent licht van één golflengte uitzendt. Het verschil zit in de golflengtes: een FEL kan fotonen van infrarood tot röntgen produceren. De manier waarop het coherente licht wordt opgewekt is dan ook volledig anders. Waar een gewone laser gebruik maakt van de energiever verschillen tussen toestanden van elektronen in atomen of moleculen, maakt een FEL gebruik van een relativistische elektronenbundel die zich 'vrij' beweegt langs een magnetische structuur (de 'undulator').

Enmaal aangekomen bij de magneten (zie afbeelding) bewegen de elektronen in de bundel, onderhevig aan de Lorentzkracht, zich in een slingerbeweging snel heen en weer. De versnelling die de elektronen hierbij ondergaan, leidt tot het uitzenden van zogenaamde synchrotronstraling. De afstand tussen de verschillende magneten kan zo gekozen worden dat het licht dat wordt uitgezonden bij het ene paar in fase loopt met het licht uit het volgende paar. De intensiteit van het coherente licht neemt dan exponentieel toe.



Uiteindelijk heeft het licht een ongekend hoge intensiteit, korte golflengtes (extreem ultraviolet tot röntgen) en een zeer korte pulsduur. FELs openen hiermee een terra incognita in de interactie tussen licht en materie: de korte golflengtes, typisch slechts enkele nanometers of minder, bieden de mogelijkheid kleine biologische structuren af te beelden en onderzoek te doen naar biomoleculaire processen. Voor levenswetenschappen is in het bijzonder het 'water window' interessant. Dit is het golflengtegebied van 2,3 tot 4,4 nm, waar het koolstof- en zuurstofatoom goed te onderscheiden zijn. Met de korte pulslengtes kunnen wetenschappers filmpjes maken van snelle processen als molecuulvorming. De hoge intensiteit creëert extreme toestanden in materie waarbij zeer hoge temperaturen en drukken kunnen worden gesimuleerd, wat van belang is voor bijvoorbeeld kernfusieonderzoek. •

Binnenkort zal een door de FMF gesubsidieerde lezing over een nieuw FEL-centrum worden gegeven door Professor Joachim Ullrich, directeur van het Max-Planck-Instituut in Heidelberg. Hij is de initiator van het nieuwe *Centre for Free-Electron Laser Science* dat eind 2011 zal worden opgeleverd op de campus van de universiteit van Hamburg. De lezing *Ultra-Brilliant Light for Science* zal **vrijdagavond 26 maart om 20:00 uur** plaatsvinden in de aula van het academiegebouw en is vrij toegankelijk voor alle belangstellenden. Deze lezing wordt georganiseerd door de stichting 'Professor Hendrik de Waard'. Voor meer informatie over deze lezing, zie hdw.fmf.nl.

Een busbaan

DOOR LUCAS SEUREN

Er is in Nederland waarschijnlijk geen student te vinden die niet een keer, of waarschijnlijk met enige regelmaat, gebruik maakt van het busvervoer. Dagelijks brengen de harmonicabussen van Qbuzz grote groepen studenten van het treinstation naar het UMCG of het Zernikecomplex. Hoewel al deze mensen regelmatig in zo'n enorm voertuig zitten, denken de meesten er nooit over om buschauffeur te worden.

Je studeert immers om wat meer uit het leven te halen dan dagelijks rondjes rijden – althans, zo dacht ik er ooit nog over. Inmiddels werk ik een half jaar als chauffeur voor Connexxion in Leeuwarden en het leek me wel eens leuk om mensen mee te nemen in de wondere wereld van buschauffeurs.

Anders dan de meeste studenten heb ik er nooit problemen mee gehad om na een avondje uit achter het stuur te moeten kruipen. Uiteraard niet met alcohol in mijn bloed, maar als Bob. Al vanaf de eerste dag dat ik mijn rijbewijs had, reed ik voor familie als er gedronken moest worden. Toch was het nooit bij me opgekomen om er een baantje van te maken, tot op het moment dat ik een flyer in mijn brievenbus vond. Hoewel het niet het meest logische bijbaantje is, leek het me wel leuk om te leren hoe je een bus bestuurt. Zo gezegd, zo gedaan en een half jaar later kon ik eindelijk met de opleiding beginnen.

De opleiding tot buschauffeur is heel anders dan die voor je gewone rijbewijs. De Nederlandse regering is namelijk nogal streng, ten opzichte van onze buurlanden, in wat een beroepschauffeur moet kunnen. Ik moest daarom drie theoriecursussen volgen en drie praktijktoetsen. De theoriecursussen zijn voor elke student een triviale toets. Je leest de stof een keertje door, kopt de multiple-choice toets in en klaar is Kees. De praktijk is een ander verhaal. Zo is er een besloten-terreintoets waar je leert manoeuvreren in kleine ruimtes, en moet je een soort manusje-van-alles-cursus volgen. Pas na deze toetsen ging ik de weg op voor de echte



praktijk. In totaal ben ik er door mijn zenuwen heel wat langer mee bezig geweest dan gepland: zo zakte ik de eerste keer genadeloos voor de besloten-terreintoets en zelfs twee keer voor het echte praktijkexamen. Vooral de eerste keer was het een wonder dat er geen ongelukken gebeurden: zeker twee keer zaten er maar enkele centimeters tussen mijn bus en een auto. Driemaal was scheepsrecht, zij het met de hakken over de sloot, maar gehaald is gehaald.

De echte praktijk bleek een stuk makkelijker, alleen al omdat er geen examiner over mijn schouders meekeek en me beoordeelde. Dat wil natuurlijk niet zeggen dat het rijden nu plots vlekkeloos gaat. Inmiddels heb ik twee keer schade gereden waarbij de tweede keer toch wel de meest vervelende was. Ik kreeg het namelijk voor elkaar om met de eerste rit van mijn werkdag, op een studentenlijn in de ochtendspits nota bene, vast te komen zitten op een zandbult. Wegrijden lukte me niet, want ik kreeg de bus niet in zijn achteruit geschakeld. Na een half uurtje wachten kwam de achterwacht aanscheuren. Hij stapte in de bus, sloot de deuren en reed zo achteruit van de zandbult weg. Hoe dit kon? Een bus heeft twee knoppen nodig om achteruit te kunnen rijden, ik wist er maar van één. Een van mijn collega's verwoordde het perfect: "Als je nog nooit schade hebt gereden, heb je nog nooit op een bus gereden." •



Zwarte gaten, hologrammen ...

... en magnetronmaaltijden

DOOR ROEL ANDRINGA

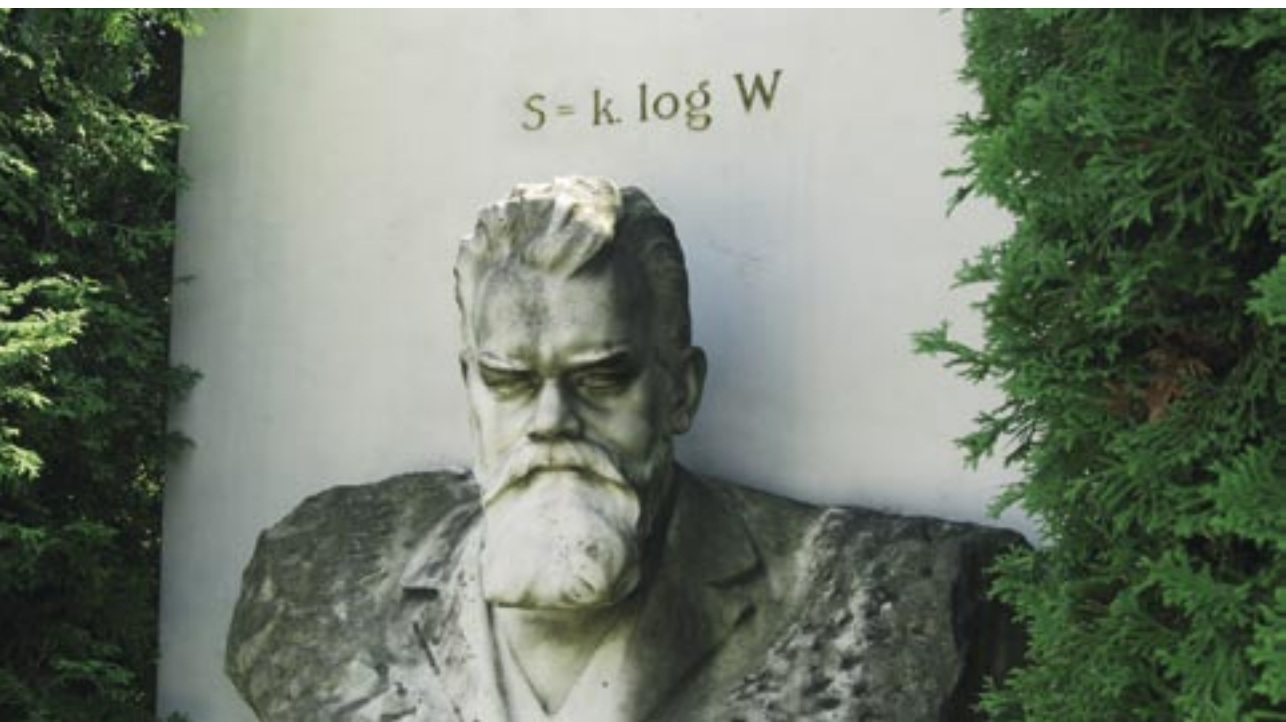
In de jaren 70 van de vorige eeuw bleek dat zwarte gaten niet helemaal de alles opslurpende objecten zijn waarvoor ze jarenlang waren aangezien. Zwarte gaten kunnen ons veel inzicht bieden in hoe we zwaartekracht kwantummechanisch kunnen beschrijven. Hier wordt een beeld geschetst van hoe anders de wetenschappelijke wereld de afgelopen dertig jaar tegen zwarte gaten is gaan aankijken.

Bekenstein was de eerste die het klassieke¹ beeld van zwarte gaten aan het wankelen bracht. Volgens de algemene relativiteitstheorie bestaat een zwart gat ruwweg uit een singulariteit met een zogenaamde waarnemingshorizon. Wanneer een object voorbij deze horizon gaat, is er geen weg meer terug en is dit object gedoemd om in de singulariteit te vallen. Nu blijkt dat zo'n zwart gat eigenlijk nogal saai is, want ze wordt gekenmerkt door slechts drie pa-

rameters: de massa M , de lading Q en de draai-impuls J . Alle andere informatie lijkt verloren te gaan wanneer een ster tot een zwart gat vervalt. Dit wordt wel vertaald door te zeggen dat een zwart gat 'geen haar heeft'. Het oppervlak van de waarnemingshorizon noemen we dan voor het gemak 'het oppervlak van het zwarte gat', en dit kun je uitrekenen met behulp van deze drie parameters.

Die waarnemingshorizon heeft een paar opmerkelijke eigenschappen. Als we bijvoorbeeld twee zwarte gaten met oppervlak A_1 en A_2 laten samenkomen, dan kun

¹ Met klassiek wordt vanaf nu bedoeld: 'niet-kwantummechanisch'. We zijn dus nog wel steeds relativistisch bezig!



je bewijzen dat het resulterende oppervlak A altijd groter is dan de som van A_1 en A_2 : $A > A_1 + A_2$. Voor een afzonderlijk zwart gat geldt klassiek ook dat het oppervlak met de tijd alleen maar kan toenemen, en nooit afnemen: $\delta A > 0$. Wanneer je wilt afleiden hoe de parameters M , Q en J van elkaar afhangen, komt er een kleine verrassing. Deze bewegingsvergelijkingen voor je zwarte gat lijken precies op de eerste hoofdwet van de thermodynamica! In de thermodynamica is een speciale rol weggelegd voor het begrip ‘entropie’, en de waarnemingshorizon heeft dezelfde eigenschappen als de entropie van een thermodynamisch systeem.

Entropie

Wat was entropie ook alweer? De entropie van een systeem vertelt je iets over op hoeveel verschillende manieren je dat systeem kunt ‘configureren’. Een simpel voorbeeld is een keten van N elektronen in een magneetveld B , waarvan we alleen de spin bekijken en alle andere eigenschappen negeren. De spin van de elektronen kan volgens de kwantummechanica slechts twee richtingen hebben: in de richting van B of tegen de richting van B in. Als we n elektronen hebben die hun spinrichting in de richting van B hebben, dan hebben we $N - n$ elektronen die hun spinrichting tegen de richting van B hebben. Het aantal manieren waarop we dit kunnen bewerkstelligen is

$$\Omega(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!}.$$

Dit geeft het aantal microconfiguraties van het systeem. Hier is het belangrijk om op te merken dat er meerdere microconfiguraties mogelijk zijn die dezelfde Ω opleveren. Het enige wat bij een gegeven N er toe doet is immers n , niet de specifieke microconfiguratie zelf. De entropie wordt nu gedefinieerd als

$$S = k \ln \Omega \quad (1)$$

Dit logaritme wordt gebruikt zodat de entropie ‘extensief’ is: als je een thermodynamisch systeem tweemaal

zo groot maakt dan wordt de entropie ook tweemaal zo groot.² ‘Extensief’ kun je dus lezen als: ‘schaalt met het volume V ’. Je kunt nu zelf voor bovenstaand systeem de entropie proberen uit te rekenen, kijken wanneer deze maximaal en minimaal is en of je dit intuïtief kunt verklaren.

In (1) wordt de entropie van een systeem dus uitgedrukt in termen van het aantal mogelijke microscopische configuraties. In de thermodynamica relateer je de entropie S aan bijvoorbeeld de energie E , de druk P , de temperatuur T en het volume V van een systeem. Deze grootheden zijn macroscopisch en een configuratie (E, P, T, V) noem je een macroconfiguratie omdat ze ‘op grote schaal’ gedefinieerd kunnen worden. Je hoeft tenslotte niet de gehele microscopische configuratie te weten van een systeem om de druk, het volume of de energie uit te rekenen, anders had je op de middelbare school de ideale gaswet niet gehad. Maar die macroscopische grootheden kun je dus wel in termen van de entropie S uitdrukken. Dat is ook waarom formule (1) zo bijzonder is: ze relateert de macroscopische eigenschappen van een systeem aan de microscopische configuratie. Reden genoeg om deze formule op de grafsteen van haar ontdekker, Ludwig Boltzmann, te beitelen (zie de foto hiernaast).

Nu zegt de tweede hoofdwet van de thermodynamica dat de entropie van een gesloten systeem altijd toeneemt met de tijd: $\delta S > 0$. De reden hiervoor is de volgende. Onder de aanname dat elke microconfiguratie even waarschijnlijk is, zal statistiek ervoor zorgen dat een systeem uiteindelijk zeer waarschijnlijk de toestand aanneemt die te verenigen is met het grootste

² Dit kun je zelf makkelijk nagaan. Als je twee systemen hebt met bijbehorende Ω_1 en Ω_2 , deze samenvoegt en elke configuratie van systeem 1 compatibel is met die van 2, dan geldt voor de totale Ω dat $\Omega = \Omega_1 \Omega_2$ en dus $S = \ln \Omega = \ln \Omega_1 + \ln \Omega_2 = S_1 + S_2$. Bovendien is de logaritme een monotoon stijgende functie, wat betekent dat een functie f en $\ln(f)$ dezelfde extrema zullen hebben. Dit is nodig om uitspraken over evenwicht en dergelijke te doen.

aantal microtoestanden. Deze toestand is immers het meest waarschijnlijk. Dit noemen we dan ‘evenwicht’, en de genoemde aanname is hier cruciaal! Ook impliceert deze hoofdwet dat als we twee systemen 1 en 2 samenvoegen de resulterende entropie S voldoet aan $S > S_1 + S_2$.

Stralende zwarte gaten!

Bekenstein vond de overeenkomst met zwarte gaten zo treffend dat hij in 1972 poneerde dat het zwarte gat ook daadwerkelijk een entropie heeft, en dat deze dus evenredig is met het oppervlak A ; de evenredigheidsfactor werd door Hawking gevonden. Dit vond men echter nogal dubieus. Volgens de thermodynamica heeft alles wat een entropie heeft ook een temperatuur T en zou dus moeten stralen. Maar een zwart gat was per definitie iets wat juist alleen maar dingen opvrat en niks uitstraalde.

Hawking was de persoon die hier verandering in bracht. Toen hij in 1974 probeerde om een kwantummechanische berekening op een zwart gat los te laten vond hij tot zijn verbazing dat een zwart gat deeltjes uitzendt en dat het vermogen evenredig is met M^{-1} . Dus hoe lichter het zwarte gat, hoe meer straling het produceert. Straling duidt op een temperatuur, en dit was precies de temperatuur die Bekenstein nodig had om zwarte gaten een entropie toe te dichten!

Consistente plaatjes en hologrammen

Het plaatje van stralende zwarte gaten werd zo al wat consistent. Nu was de vraag: wat betekent het precies dat een zwart gat een entropie heeft die schaal met het oppervlak?

Ten eerste is de beschrijving van de entropie in termen van het oppervlak A een macroscopische beschrijving. Het oppervlak kon je immers uitdrukken in termen van de macroscopische grootheden M , Q en J . Als je de microscopische uitdrukking voor de entropie wilt hebben, dan zul je weer Q moeten uitrekenen. In het algemeen doe je dit echter kwantummechanisch en

dan kom je bij het probleem dat zwaartekracht nog steeds niet kwantummechanisch kan worden beschreven. Een theorie van kwantumzwaartekracht zal dus de Q van zwarte gaten moeten kunnen verklaren, en de snaartheorie bijvoorbeeld kan dit alleen voor een bepaalde klasse zwarte gaten. Dit is waarom sommige mensen wel eens zeggen dat het zwarte gat wellicht net zoveel inzicht gaat bieden in een theorie van kwantumzwaartekracht als dat het waterstofatoom dat heeft gedaan voor de kwantummechanica.

Ten tweede zal het sommige lezers verbazen dat eerder werd gezegd dat entropie een extensieve grootheid is, terwijl de entropie van een zwart gat alleen wordt gegeven door het oppervlak. Dit is inderdaad nogal opmerkelijk. Je zou kunnen zeggen dat wanneer je een thermodynamisch systeem wilt beschrijven je daadwerkelijk het gehele volume nodig hebt om alle informatie kwijt te kunnen, maar dat voor een zwart gat kennelijk het oppervlak genoeg is. Aangezien een zwart gat een zwaartekrachtssysteem pur sang is zou je dus kunnen zeggen dat je voor zwaartekrachtssystemen ‘minder ruimte nodig hebt’ om alle informatie te specificeren.

Dit bracht Gerard 't Hooft er in 1993 toe om het holografische principe te poneren [8]. Dit stelt ruwweg dat alle informatie van een systeem beschreven kan worden op een oppervlak en als zodanig als een soort hologram kan worden gezien. In 1997 kwam Maldacena tenslotte met de beroemde AdS/CFT-correspondentie. Deze correspondentie stelt dat een zwaartekrachtstheorie in D dimensies kan worden beschreven aan de hand van een kwantumveldentheorie zonder zwaartekracht in een dimensie lager. Deze theorie blijkt een zogenaamde conforme symmetrie, oftewel schaalsymmetrie, te bezitten en kan worden geformuleerd op het volume van de ruimte waarin de zwaartekrachtstheorie wordt beschreven. Technisch gezien nogal lastig, maar wel iets dat je de laatste tien jaar op vrijwel elk hoog-energetische conferentie voorbij ziet komen. En niet voor niets: als de correspondentie klopt, dan zou blijken dat zo'n specifieke kwantumveldentheorie stiekem eigenlijk al een theorie van kwantumzwaartekracht is!

Nog meer thermodynamica en zwaartekracht

De link tussen thermodynamica en zwaartekracht gaat volgens sommige mensen zelfs nog verder. Begin dit jaar publiceerde Erik Verlinde een artikel [1] waarin hij stelt dat zwaartekracht geen fundamentele kracht is, maar het gevolg van thermodynamische aspecten van een systeem. Hij neemt het holografische principe als uitgangspunt en claimt zowel Newtoniaanse zwaartekrachten en zaken als traagheid, als de Einsteinvergelijkingen van zwaartekracht hieruit af te kunnen leiden. Het artikel kun je zelf nalezen bij de referenties en is voor hoog-energetische begrippen vrij toegankelijk geschreven. Mocht Verlinde gelijk hebben, dan zou dat verklaren waarom het zo lastig is om zwaartekracht te kwantiseren: het is simpelweg geen fundamentele kracht, maar vloeit voort uit andere, meer fundamentele aspecten van het universum.

Praktische toepassingen

Zo nu en dan krijg je op feestjes van (schoon)familie en bekenden de vraag waar zoal de kost mee wordt verdiend, waarna de onvermijdelijke vraag volgt of zulk onderzoek nou ook nuttig is en praktische toepassingen heeft. Dus, bij deze.

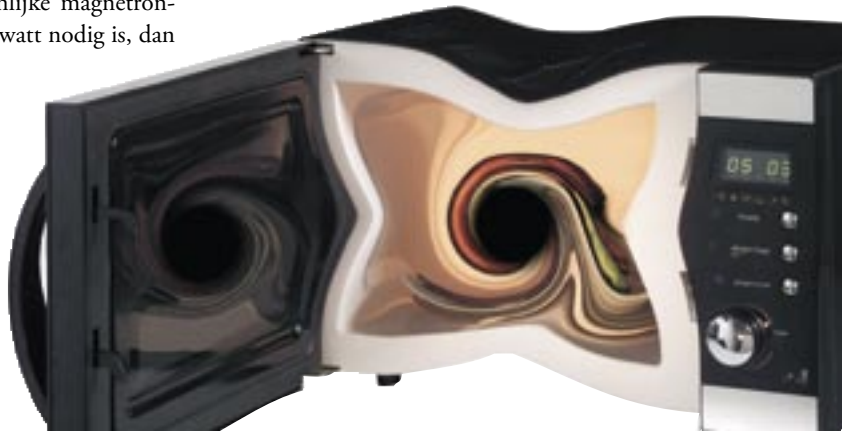
Als je de expliciete afschattingen voor het vermogen van een stralend zwart gat erbij sleept [2], dan kun je uitrekenen dat het vermogen van een zwart gat met de massa van de zon ruwweg $9 \cdot 10^{-29}$ Watt is. De tijd die het kost om zo'n zwart gat te laten verdampen door deze straling is dan ongeveer $6 \cdot 10^{74}$ seconden. Als we stellen dat voor een fatsoenlijke magnetronmaaltijd een vermogen van een kilowatt nodig is, dan zouden we dus graag een zwart gat willen hebben met een massa van twee gram. Aangezien zo'n zwart gat er ruwweg $7 \cdot 10^{-22}$ seconden over zou doen om te verdampen, heb je voor een opwarmtijd van vier minuten ongeveer $3,4 \cdot 10^{23}$ van dit soort zwarte gaten nodig.

Verder lezen

Voor een overzicht van de thermodynamica van zwarte gaten is [5] aan te raden. [3] is een erg mooi verslag van een debat tussen Hawking en Penrose, onder andere over dit onderwerp en tevens een aardige introductie. [1] is de eerste hype van 2010 en de auteur werd recentelijk nog in de Volkskrant geïnterviewd. Een vrij technisch overzicht wordt gegeven in [6] door ene Padmanabhan die ook al een aantal jaren met dit onderwerp bezig is. Voor een introductie AdS/CFT is [7] geschikt, maar daarvoor is wel de nodige voorkennis nodig: algemene relativiteit, kwantumveldentheorie en wat snaartheorie. •

Referenties

- [1] E. Verlinde, "On the origin of gravity and the laws of Newton." arXiv: 1001.0785v1
- [2] Wikipedia, "Hawking radiation." en.wikipedia.org/wiki/Hawking_radiation
- [3] S. Hawking en R. Penrose, "De aard van ruimte en tijd."
- [4] F. Mandl, "Statistical physics."
- [5] R. Wald, "Thermodynamics of black holes." arXiv: gr-qc/9912119
- [6] T. Padmanabhan, "Thermodynamical aspects of gravity: new insights." arXiv: gr-qc/0911.5004
- [7] J. Petersen, "Introduction to the Maldacena conjecture on AdS/CFT." arXiv: hep-th/9902131
- [8] G. 't Hooft, "Dimensional reduction in quantum gravity." arXiv: gr-qc/9310026



LOFAR

Een telescoop van duizend kilometer

DOOR CHRIS BROEKEMA

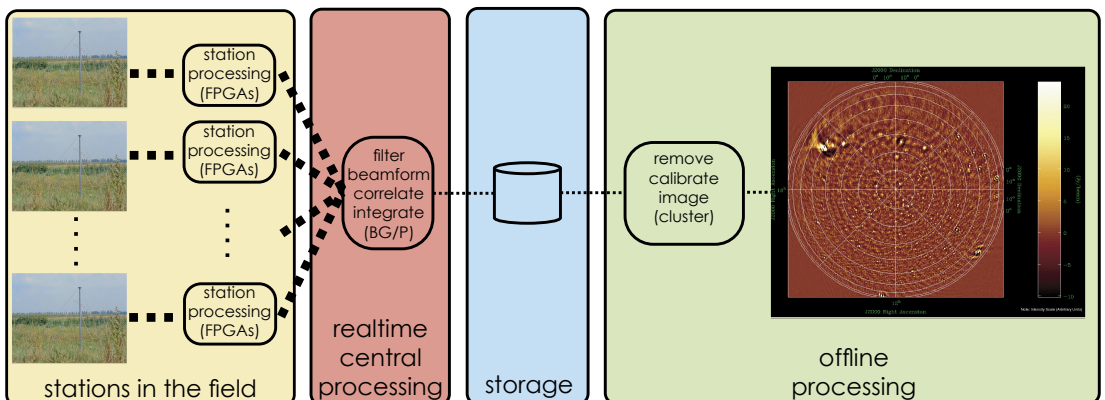
Een dik pak sneeuw verbergt voor een groot deel de LOFAR-radiotelescoop op het moment dat ik dit schrijf. In tegenstelling tot traditionele radiotelescopen, zoals de Westerbork Synthesis Radio Telescope met z'n veertien 25-meter schotels, bestaat de LOW Frequency ARray uit duizenden kleine antennes. Normaal gesproken vallen de LOFAR-antennes al nauwelijks op in het veld, maar de sneeuw heeft ze bijna geheel aan het oog onttrokken.

Nederland heeft een grote naam op het gebied van radioastronomie. Niet alleen heeft ons land een flink aantal wereldberoemde radio-astronomen voortgebracht, we hebben ook een lange en rijke geschiedenis waar het gaat om het bouwen van hoogwaardige instrumenten. Vlak na de Tweede Wereldoorlog begon dit met de Dwingeloo-telescoop – sinds vorig jaar een Rijksmonument – in 1970 gevolgd door de veertien schotels van de Westerbork-telescoop, nog steeds een van de gevoeligste radiotelescopen in de wereld.

Dit zijn grote constructies van staal en beton, net als de meeste grote telescopen elders. LOFAR is anders. De LOFAR-array bestaat uit duizenden antennes die individueel een stuk minder indrukwekkend zijn.

LOFAR in een notendop

LOFAR is een hiërarchisch instrument, zoals te zien is in figuur 1. Iedere laag heeft als primaire taak de enorme hoeveelheid gegevens te reduceren tot een beter te verwerken hoeveelheid. Als we teruggaan naar de met sneeuw bedekte vlakte zien we duizenden antennes. Deze zijn gegroepeerd in stations, ieder met, afhankelijk van de configuratie, tot 96 low-band antennes (10 tot 90 MHz) en 96 high-band antennes (110 tot 220 MHz). Momenteel staan er 25 van dergelijke stations verspreid over Nederland. Aan het eind van dit jaar moet dit zijn uitgegroeid tot een array van 36 Nederlandse LOFAR-stations, aangevuld met internationale stations in onder meer Duitsland, Frankrijk, Engeland en Zweden.



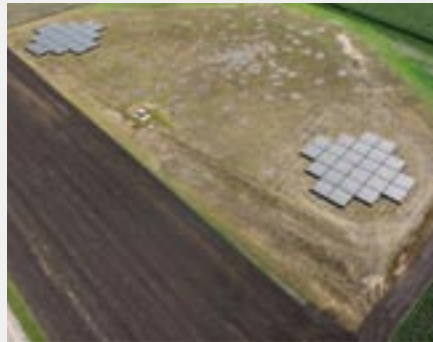
FIGUUR 1 Schematisch overzicht van de werking van LOFAR

Gegevens van deze stations worden via glasvezel vervoerd naar de LOFAR Central Processor, gevestigd in het Centrum voor Informatie Technologie van de Rijksuniversiteit Groningen. Eenmaal hier aangekomen stromen de gegevens naar een Blue Gene supercomputer waar een verdere datareductie plaatsvindt. Vanaf dit moment is de bandbreedte zodanig gereduceerd dat we de tussentijdse resultaten tijdelijk kunnen opslaan op een opslagcluster. Dit cluster dient als een buffer voor het offline cluster dat door middel van kalibratie, Radio Frequency Interference (RFI) detectie, flagging en imaging uit de min of meer ruwe data een serie interpreteerbare plaatjes produceert.

Stations

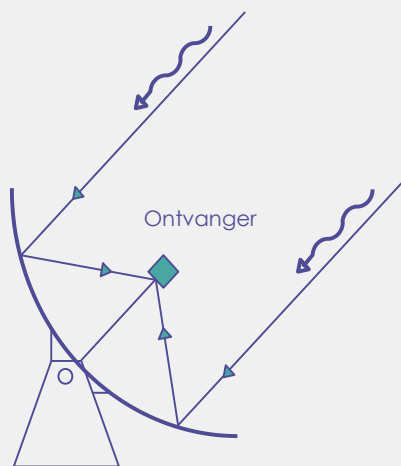
Een LOFAR-station (figuur 2) bestaat uit tientallen kleine, goedkope, omnidirectionele antennes. Elk van deze antennes ziet de gehele hemel, maar door alle antennes binnen een station coherent bij elkaar op te tellen, kunnen we een virtuele bundel op de hemel vormen (zie figuur 3). Dit bespaart kosten en maakt het mogelijk om met dezelfde antennes in verschil-

FIGUUR 2 Een van de LOFAR-stations



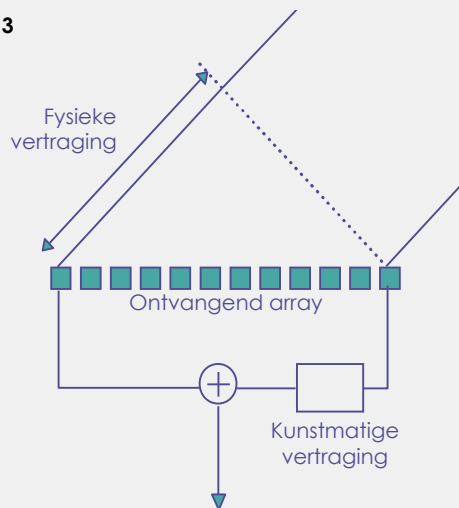
lende richtingen te kijken. Deze phased-arraytechniek wordt al jaren in onder meer radars gebruikt, maar LOFAR is de eerste phased-array radiotelescoop.

Door de signalen van de antennes binnen een station coherent op te tellen, kunnen we acht onafhankelijke bundels creëren per LOFAR-station. Bovendien maakt dit het gebruik van zeer grote hoeveelheden eenvoudige en goedkope antennes mogelijk die nauwelijks opvallen in het veld.



A De werking van een traditionele radiotelescoop

FIGUUR 3



B De werking van LOFAR

Signaalverwerking binnen de stations vindt plaats in een speciale kast voorzien van door ASTRON ontwikkelde hardware. Analoge signalen van de LOFAR-antennes worden gedigitaliseerd naar 2×12 -bits complexe integers. De gegevens gaan vervolgens door een eerste filter en de hierboven beschreven bundels worden gevormd. Dit alles reduceert de hoeveelheid gegevens meer dan een orde van grootte, naar zo'n 3,1 gigabit per seconde.

De signalen van een enkel station bevatten nog geen voor astronomen interessante informatie. Astronomische signalen zijn zo zwak, dat ze ver onder de ruisvloer van een station liggen. Door het (centraal) combineren van de signalen van een aantal stations komt het coherente astronomische signaal boven de incoherente ruis uit.



FIGUUR 4 De auteur, via het netwerk geen Quake spelend op de Blue Gene

Verwerking

In de meest voorkomende observatiemodus is LOFAR een klassieke interferometer. Signalen van een aantal stations worden, aan de hand van nauwkeurige tijdsinformatie, gecombineerd. De plaatjes die hieruit ontstaan hebben een resolutie die afhankelijk is van de geobserveerde frequentie en de afstand tussen de twee verst gelegen stations, in het geval van LOFAR tot zo'n duizend kilometer.

Klassieke radiotelescopen gebruiken speciaal ontwikkelde hardware om signalen van verschillende telescopen met elkaar te combineren. Tot voor kort was dit vooral VLSI-technologie (Very Large Scale Integration), maar de laatste jaren worden hiervoor voornamelijk FPGA's (Field-Programmable Gate Arrays) gebruikt. LOFAR daarentegen gebruikt een general-purpose supercomputer om de signalen van de stations te correleren.

Bij het Donald Smits Centrum voor Informatie Technologie in de Zernikeborg staat sinds 2005 een IBM Blue Gene supercomputer voor deze taak. Om de standaard 'tweakers'-opmerkingen maar even voor te zijn: nee, je kunt geen Quake spelen op de Blue Gene; nee, je kunt 'm niet overklokken; en nee, dat is niet leuk voor thuis in de meterkast. De term supercomputer wil niet veel meer zeggen dan dat het apparaat uitzonderlijk hoge prestaties levert, maar dat gaat ook ten koste van een aantal onderdelen die we tegenwoordig als vanzelfsprekend beschouwen. Zo is het enige invoerapparaat het netwerk (figuur 4), zit er geen monitor aan en slurpt de totale machine zo'n 100 kilowatt aan vermogen. Daar staat overigens wel tegenover dat de Blue Gene per geleverde operatie veel minder vermogen vraagt dan een normale pc.

De binnenkomende datastroom in Groningen wordt direct de Blue Gene ingeleid. De centrale processor bestaat uit een online deel, bestaande uit de Blue Gene, die in realtime de data reduceert tot een hanteerbare hoeveelheid, een opslagcluster als buffer tussen het online en offline deel, en een Linux-cluster waarop nabewerking plaatsvindt.

De correlator

Computationeel de meest intensieve taak binnen de LOFAR central processor is het correleren van de stationsdata. De gefilterde data van een station worden met de data van alle andere stations vermenigvuldigd. Dat levert voor iedere geobserveerde frequentieband een tweedimensionale correlatiematrix op, die opgeslagen wordt voor postprocessing.

```

for f = 1 to n_frequencies
  for i = 1 to n_stations
    for j = i to n_stations
      c(f, i, j) += si(f, t) * sj(f, t)
    end
  end
end
end

```

Het algoritme van de correlator is niet complex. Zoals hierboven te zien is, kan het in pseudocode beschreven worden als een set geneste for-lussen. Toch is het bouwen van een correlator niet eenvoudig. De LOFAR-correlator moet zo'n 200 gigabit per seconde aan data verwerken. Hiervoor zijn zo'n 2,5 biljoen floating point operaties nodig (2,5 teraflops). Vergeleken met normale supercomputertoepassingen is de computationele intensiteit van de correlator, het aantal flops per byte I/O, erg laag. Er moet dus erg goed nagedacht worden over hoe de data stroomt en hoe data zoveel mogelijk hergebruikt kan worden in de CPU, zodat het zo weinig mogelijk geladen en opgeslagen hoeft te worden. Om hierover de benodigde fijnmazige controle (op het niveau van clock cycles) te hebben, zijn een aantal van de meest kritieke algoritmen in assembly geschreven. Verder zijn een zwaar gemodificeerde Linux-kernel en een zelf ontwikkelde transportlaag essentieel voor het efficiënt transport van data.

De laatste stappen

Een Linux-opslagcluster dient als buffer tussen de real-time processen op de Blue Gene en de post-processing op het Linux-cluster. Momenteel is een halve petabyte (een half miljoen gigabytes) beschikbaar, wat zal worden uitgebreid tot twee petabyte voor het eind van dit

jaar. Dit is genoeg voor ongeveer een week aan ruwe dataproducten. Wanneer het opslagcluster vol raakt, zullen de oudste dataproducten verwijderd worden. Dit is uniek: alle ruwe data van de Westerbork-array bijvoorbeeld is nog steeds beschikbaar voor de astronomen.

De ruwe dataproducten worden op een conventioneel Linux-cluster bewerkt tot astronomische eindproducten. Dit betekent dat de dataproducten door een processing pipeline worden geleid die bestaat uit onder andere kalibratie- en RFI-detectie-algoritmen. Om heel zwakke signalen in het systeem te kunnen waarnemen worden vaak de meest krachtige bronnen, waarvan de karakteristieken tot in detail bekend zijn, uit het signaal verwijderd.

Andere observatiemodi

Hierboven is de meest voorkomende observatiemodus beschreven. Doordat het grootste deel van de signaalverwerking in software gedaan wordt, is er de flexibiliteit om vrij eenvoudig andere observatiemodi te bouwen. Momenteel zijn er zo'n tien gedefinieerd die allen in de komende jaren uitgerold zullen worden, bijvoorbeeld specifieke modi voor pulsars en cosmic rays.

Het is onmogelijk een complex instrument als LOFAR in voldoende detail te beschrijven in de ruimte die hier beschikbaar is. Hoewel een groot deel van de componenten off-the-shelf beschikbaar zijn, worden ze allemaal tot het uiterste belast. Dit maakt LOFAR een uniek instrument, en in de nabije toekomst wordt het alleen nog maar leuker.

LOFAR is bijna gereed, maar de internationale astronomische gemeenschap zit niet stil. In het komende decennium zal in Zuid-Afrika of West-Australië een telescoop verrijzen die LOFAR zowel qua omvang als qua datavolumes ver achter zich zal laten. SKA, de Square Kilometer Array, zal een half continent beslaan en bandbreedtes eisen die berekend worden in petabits per seconde. LOFAR is het eerste in een reeks van projecten die de weg vrij moeten maken voor SKA, en het staat in Nederland. •

De Riemann-opsomming

DOOR RONNIY JOSEPH

Vele wiskundigen ambiëren wellicht een immense lijst aan begrippen die hun naam dragen. Een van de grootste lijsten is wel die van Bernhard Riemann. Als middelbare scholier ontmoet je Riemann bij je eerste aanvaring met de integraal. Maar Riemanns arm reikt natuurlijk veel verder dan de middelbare school.



Bernhard Riemann (1826–1866) werd geboren in het Duitse Breselenz als zoon van Charlotte Ebell en Friedrich Bernhard Riemann, een Lutherse pastoor. Zo vader, zo zoon had ook hij een grote voorliefde voor God en de theologie. Daarnaast ontwikkelde hij op de middelbare school echter ook een interesse voor de wiskunde. Nadat hij toegang had gekregen tot de persoonlijke boekencollectie van de schooldirecteur, las hij Legendres boek over Getallentheorie, een boek van 900 bladzijden, in slechts zes dagen uit. Aangezien de gemiddelde middelbare scholier *De ontdekking van de hemel* niet eens doorkomt, is dat natuurlijk al erg bijzonder.

Theologie versus Wiskunde

Riemann besloot in eerste instantie in zijn vaders voetsporen te treden toen hij zich op zijn twintigste inschreef aan de Universiteit van Göttingen, waar hij zich natuurlijk aanmeldde voor Theologie. Zijn fascinatie voor de wiskunde was echter nog lang niet uitgestorven. Regelmatig bezocht hij wiskundige colleges, tot hij eindelijk aan zijn vader durfde te vragen of hij over mocht stappen naar wiskunde. Zijn vader was zijn grote voorbeeld en zonder diens toestemming zou hij het niet hebben willen doen. In die tijd doceerde Carl Friedrich Gauss, van onder andere het welbekende kleinste-kwadraatprobleem, wiskunde aan de Universiteit van Göttingen; een wiskundige met een vernoemingslijst die wellicht langer is dan die van Riemann. Ondanks die lijst gaf Gauss op dat moment alleen nog maar elementaire vakken, wat Riemanns talent niet echt bevorderde.

In de lente van 1847 verhuisde Riemann van Göttingen naar Berlijn en studeerde daar verder onder wiskundigen als Dirichlet, Steiner, Jacobi en Eisenstein. Daar

werd hij voornamelijk beïnvloed door Lejeune Dirichlets manier van intuïtief redeneren, een manier die niet ieders tentamenresultaten naar het hoogste niveau zal brengen, door een gebrek aan waterdichtheid. In de handen van Bernhard Riemann leidde het echter tot een theorie van complexe variabelen die later de basis zou vormen voor sommige van zijn belangrijkste werken.

In 1849 keerde hij terug naar de Universiteit van Göttingen waar hij verder ging met zijn 'masterscriptie' onder begeleiding van zijn oude leraar Gauss. Hoewel Gauss zijn begeleider was, werd zijn scriptie toch het sterkst beïnvloed door twee andere hoogleraren aan de universiteit: door natuurkundige Wilhelm Eduard Weber, van wie hij een sterke achtergrond in de theoretische fysica kreeg, en door wiskundige Johan Benedict Listing, die hem kennis gaf van de topologie.

Riemanns scriptie bestudeerde de theorie van complexe variabelen en dan in het bijzonder het gedeelte dat we tegenwoordig de Riemann-oppervlakken noemen. Hij bouwde op het werk van Cauchy en Puiseux voort door methoden uit de topologie in de complexe functietheorie toe te passen. Riemanns werk onderscheidde zich echter door zijn onderzoek naar onder andere geometrische eigenschappen van analytische functies.

Habilitation

Op aanbeveling van Gauss kreeg Riemann een baan aan de Universiteit van Göttingen. Daar werkte hij aan zijn Habilitation: een Duitse graad boven het normale doctoraat waarmee men ook de rechten verkreeg van het geven van colleges. Nadat hij dertig maanden had besteed aan het schrijven van zijn Habilitationproef-

schrift, dat over de representativiteit van functies door een Fourierreeks ging, moest hij zijn eerste lezing geven. Voor deze laatste proef had hij drie lezingen voorbereid waarvan twee over elektriciteit en één over geometrie. Hij liet zijn mentor Gauss kiezen welke lezing hij zou geven en deze koos de laatste, over geometrie.

Deze lezing zou een klassieker worden in de wiskunde, want hierin presenteerde hij zijn werk dat nu de Riemann-meetkunde wordt genoemd. Tijdens zijn lezing stelde Riemann belangrijke vragen over hoe de geometrie van onze eigen wereld is opgebouwd. Helaas was dit werk zijn tijd te ver vooruit en werd het niet met een daverend applaus van zijn collega's ontvangen. Dat zou zestig jaar later komen. Zijn werk werd een belangrijke bouwsteen voor een van de grootste natuurkundige theorieën die we kennen: de algemene relativiteitstheorie van Albert Einstein.

Na zijn Habilitation begon Riemann colleges te geven aan de universiteit, maar het duurde nog ruim twee jaar totdat hij tot professor benoemd werd. Dit gebeurde in het jaar 1857, hetzelfde jaar waarin hij zijn bijdrage aan de theorie over Abelse functies publiceerde. Deze publicatie ging verder waar zijn Habilitationproefschrift ophield, door het verder uitwerken van Riemann-opervlakken en hun topologische eigenschappen.

Riemann begon op dit moment bekendheid te verkrijgen binnen de wiskundige gemeenschap, maar nadat zijn 'concurrent' Weierstrass nauwkeurig zijn theorieën over Abelse functies bestudeerd had, werden problemen in zijn bewijs gevonden. Riemann gebruikte in zijn Habilitation het principe van Dirichlet en dat werkte goed voor die specifieke problemen. Maar bij zijn tweede artikel werd dat principe op een, zoals eerder gezegd, intuïtieve niet-waterdichte manier gebruikt. (Weierstrass probeerde overigens in datzelfde jaar als Riemann een artikel te publiceren over Abelse functies, maar Riemanns werk overtrof het zijne met nieuwe ontdekkingen waarna Weierstrass zijn artikel al snel terugtrok.)

Ondanks deze aantijging waren Riemanns wiskundige capaciteiten niet in diskrediet gebracht. In 1859 kreeg

hij, na de dood van zijn oude leermeester Dirichlet, al snel zijn leerstoel aangeboden. Een paar dagen later werd hij zelfs verkozen tot lid van de Berlin Academy of Sciences door wiskundigen Kummer, Borchardt en zelfs door criticus Weierstrass.

Nu al op wat achteraf gezien het hoogtepunt van zijn wiskundige carrière zou zijn, werkte hij aan *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse* (Over het aantal priemenvrijen lager dan een gegeven grootte) waarin hij de zetafunctie bestudeerde. Hierin beweerde hij dat deze functie oneindig veel niet-triviale oplossingen heeft waarvan het reële deel gelijk is aan $\frac{1}{2}$. Dit wordt ook wel de Riemann-hypothese genoemd, en is als een van de grootste wiskundige problemen tot op de dag van vandaag nog niet bewezen.

Tuberculose

Tegen 1862 trouwde hij met zijn eerste en enige vrouw Elise Koch, met wie hij een dochter had. En hoewel zijn leven nu op een verhaal met een happy ending begon te lijken, met een vrouw, kind en zijn wiskundige faam, heeft dit verhaal nog een staart. Hij liep een verkoudheid op die eindigde in tuberculose, waardoor hij besloot therapeutisch op vakantie te gaan naar Italië.

Na een terugkeer in Göttingen verslechterde zijn gezondheid en ging hij in 1866 snel terug naar Italië, waar hij zelfs zijn laatste dagen spendeerde aan wiskundige werken. Deze werden echter nooit afgemaakt en wilde hij daarom uit principe niet vrijgeven.

In de jaren daarna werd gepoogd om de theorie over Abelse functies waterdicht te krijgen, een zoektocht die vele algebraïsche methoden voortbracht. Maar alsnog duurde het tot 1901 voordat het probleem veroorzaakt door het principe van Dirichlet opgelost werd. •

Referenties

- [1] Riemann Biography www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Riemann.html

Chaos in de natuur

DOOR HENK BROER, MET DANK AAN ALEF STERK

Zoals Herakleitos reeds zei beweegt alles. Te denken valt hierbij aan mechanische bewegingen zoals veren, slingers, tollen en hemellichamen, maar ook aan chemische reacties, de atmosferische circulatie (klimaat en weer), de economie, en de evolutie van een of meer biologische populaties. Zelfs zeer eenvoudige wiskundige modelleringen van zulke dynamische systemen leiden tot verrassend complex gedrag, dat nog niet volledig begrepen wordt.

Zo'n dynamisch systeem wordt gekenmerkt door de eigenschap van 'determinisme': gegeven de huidige 'toestand' liggen alle toekomstige 'toestanden' vast. Bij elk systeem wil je dus eerst weten wat de mogelijke toestanden zijn. Bij mechanische systemen wordt de toestand veelal gegeven door de positie én de snelheid, of iets wat hiermee equivalent is. De bewegingsvergelijkingen vertellen dan hoe de toestand van zo'n dynamisch systeem met de tijd evolueert.

De Hénon-attractor

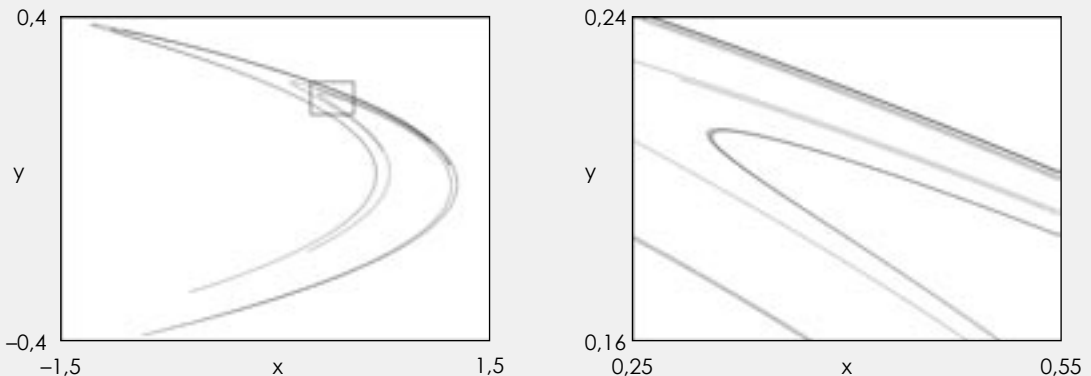
In 1976 poneerde Michel Hénon het volgende voorbeeld van een dynamisch systeem dat bestaat uit iteraties van een vlakke afbeelding:

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = (1 - ax_n^2 + y_n, bx_n), n \geq 0.$$

Hierbij zijn a en b constanten. Voor $a = 1.4$ en $b = 0.3$ blijkt iteratie van deze afbeelding voor een groot aantal

beginwaarden (x_0, y_0) te convergeren naar een enigszins raadselachtige verzameling, die nu de 'Hénon-attractor' heet, zie figuur 1. Een numerieke studie van deze Hénon-attractor leert dat voor bepaalde waarden van (a, b) het volgende lijkt te gelden:

- De attractor heeft fractale eigenschappen. Uitvergrotingen laten steeds hetzelfde patroon zien: in één richting is de figuur 'kromme-achtig' en in de andere richting lijkt hij op een Cantorverzameling, vergelijk figuur 1. De oppervlakte van de attractor is 0 en de geschatte boxcounting-dimensie 1.2, zie [6].
- In de attractor bevindt zich een dekpunt van het zadel-type, dat in figuur 2 de naam p kreeg. Als we de afbeelding itereren, convergeren bepaalde punten naar p ; de verzameling van deze punten noemen we de 'stabiele separatrix' $W^s(p)$. Onder iteratie van de



FIGUUR 1 De Hénon-attractor en een uitvergroting met een factor 10

inverse afbeelding verkrijgen we op soortgelijke wijze de ‘onstabiele separatrix’ $W^u(p)$. Het begin van de onstabiele separatrix vertoont sterke overeenkomst met de attractor. Men vermoedt dat de attractor samenvalt met de afsluiting van de kromme $W^u(p)$.

- De dynamica op de attractor is chaotisch. Nabij gelegen punten drijven bij iteratie exponentieel uit elkaar, hetgeen betekent dat de voorspelbaarheid problematisch wordt. Bovendien lijkt het alsof bijna elke baan willekeurig dicht bij ieder punt in de attractor komt; we zeggen dat de verzameling geïtereerde punten ‘dicht ligt’ in de attractor.

Gezegd moet worden dat deze eigenschappen alleen streng bewezen zijn voor andere waarden van (a, b) . In feite bestaat er een gebiedje in het (a, b) -vlak, waarbij de parameter b erg klein is, waarbinnen bovengenoemde eigenschappen met positieve kans gelden (als je in het gebiedje willekeurig een punt kiest). Of de genoemde eigenschappen ook voor $a = 1.4$ en $b = 0.3$ gelden, blijft voorlopig nog twijfelachtig; wel levert bovenstaande hiervoor sterke aanwijzingen.

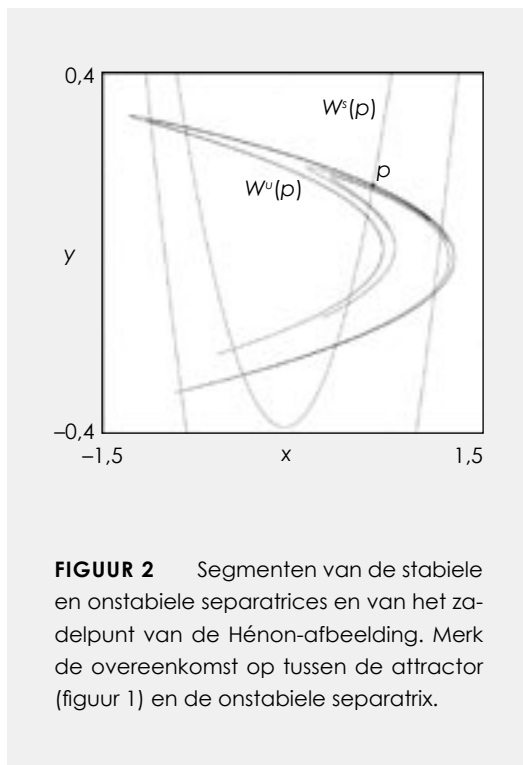
Zo is er dus een interessant wiskundig vermoeden ontstaan, maar er is meer. Het blijkt namelijk dat attractoren met bovenstaande drie eigenschappen veel meer voorkomen, voorlopig alles heuristisch, dus zonder hard bewijs. Dit artikel beschrijft een aantal situaties waarbij zulke ‘Hénon-achtige’ attractoren voorkomen, of althans lijken voor te komen. In al deze gevallen loopt de wiskundige theorie nogal wat achter bij wat heuristisch duidelijk lijkt te zijn.

De schommel

Het volgende voorbeeld komt uit de klassieke mechanica. Voor een schommel nemen we als model de volgende bewegingsvergelijking:

$$\ddot{x} = -(\omega^2 + \varepsilon \cos(\Omega t)) \sin x - c\dot{x}.$$

Oplettende lezertjes herkennen hierin de gedempte mathematische slinger waarvan de lengte periodiek

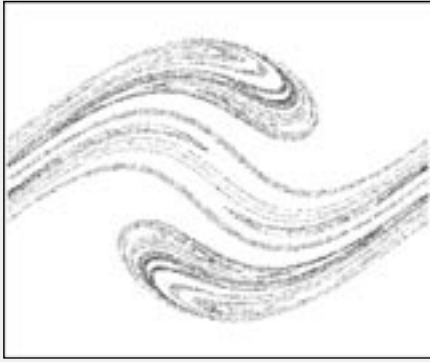


FIGUUR 2 Segmenten van de stabiele en onstabiele separatrices en van het zadelpunt van de Hénon-afbeelding. Merk de overeenkomst op tussen de attractor (figuur 1) en de onstabiele separatrix.

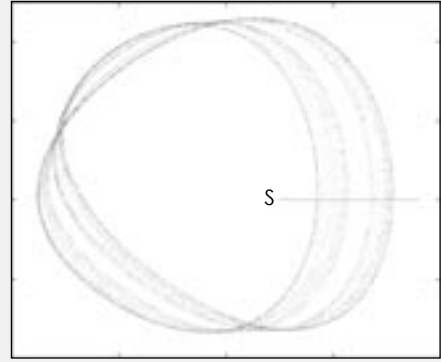
varieert; men spreekt wel van parametrische aandrijving. We zijn geïnteresseerd in verschijnselen die kunnen optreden als er resonantie optreedt in de zin dat $\omega : \Omega = 1 : 2$. We bestuderen deze verschijnselen door de bewegingsvergelijking te schrijven als een dynamisch systeem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -(\omega^2 + \varepsilon \cos z) \sin x - cy \\ \dot{z} &= \Omega \end{aligned}$$

Merk op dat de toestandsruimte 3-dimensionaal is. We kunnen de zaak iets vereenvoudigen door de toestand alleen ‘stroboscopisch’ te beschouwen op bepaalde momenten met het interval $2\pi/\Omega$ van de aandrijving, hetgeen voor de z -variabele geschaald wordt naar 2π . Dit geeft aanleiding tot de zogenaamde ‘Poincaré-afbeelding’, die de toestand (x, y) op tijdstip $k \cdot 2\pi/\Omega$ afbeeldt op de toestand $2\pi/\Omega$ later. Voor details zie [6]. Het is eenvoudig in te zien dat de oorsprong



FIGUUR 3 Poincaré-afbeelding van de gedempte schommel voor $\omega = 1$, $\Omega = 2$. We namen $\varepsilon = 0,5$ en $c = 0,05$. Dit is waarschijnlijk een Hénon-achtige vreemde attractor.



FIGUUR 4 Vermoedelijk een strange attractor voor de Poincaré-afbeelding van het Lorenz-84-klimaatmodel [5]. We denken dat het hier een quasi-periodieke Hénon-achtige attractor betreft.

$(x, y) = (0, 0)$ een dekpunt is van deze Poincaré-afbeelding, dat dankzij de resonantie een zadelpunt is en dus onstabiel. In figuur 3 zien we iets wat erg lijkt op een Hénon-achtige vreemde attractor. Voor numerieke aanwijzingen dat deze figuur samenvalt met de afsluiting van de onstabiele separatrix $W^u(0, 0)$, zie [3].

Chaos in twee klimaatmodellen

De meteoroloog Edward Lorenz introduceerde in 1984 een 3-dimensionaal klimaatmodel voor atmosferische convectiestromingen. Dit model werd uit een adequaat Navier-Stokesmodel verkregen via een zogenaamde Galerkin-projectie, zie het artikel [5] en de bijbehorende referenties, vergelijk ook [6]. Dit Lorenz-84-model luidt

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -ax - y^2 - z^2 + aF \\ \dot{y} &= -y + xy - bxz + G \\ \dot{z} &= -z + bxy + xz\end{aligned}$$

waarbij a , b , F en G geschikt ingestelde constanten zijn. Lorenz wees er al op dat F en G over het jaar moeten variëren en in [5] beschouwen we een parametrisch aangedreven model waarin F en G allebei vermenigvuldigd worden met een factor $1 + \varepsilon \cos(\Omega t)$, waarbij $\Omega = 2\pi/T$ en waarbij we stellen $T = 73$, wat

correspondeert met de periode van een jaar: de intrinsieke tijdschaal van het bovenstaand Lorenz-84 model is circa 5 dagen. Als steeds is ε een storingsparameter.

Dit model leidt tot een 4-dimensionaal dynamisch systeem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -ax - y^2 - z^2 + aF(1 + \varepsilon \cos u) \\ \dot{y} &= -y + xy - bxz + G(1 + \varepsilon \cos u) \\ \dot{z} &= -z + bxy + xz \\ \dot{u} &= \Omega\end{aligned}$$

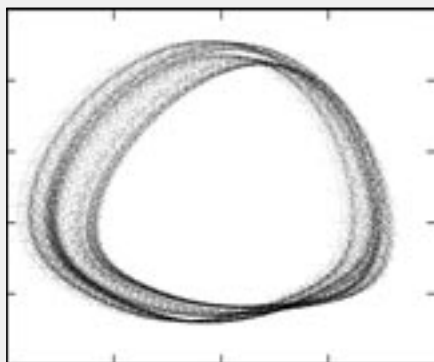
waarvan we de 3-dimensionale Poincaré-afbeelding beschouwen die hoort bij de periode 2π in u , maar uiteraard worden de attractoren in een 2-dimensionale projectie geplott. In figuur 4 zien we numerieke evidentie voor een strange attractor, die enigszins lijkt op een Möbiusband die in de dwarsrichting een Cantor-verzameling is. We vermoeden dat deze attractor ook de afsluiting van een onstabiele separatrix vormt, maar nu van een invariante cirkel van het zadel-type, waarbij de dynamica op de cirkel quasi-periodiek is: op een transformatie van variabelen na is het een starre rotatie over een hoek α , waarbij $\alpha/2\pi$ irrationaal is. Men spreekt in zo'n geval wel van een 'quasi-periodieke Hénon-achtige vreemde attractor'. De theorie rond dit onderwerp staat nog geheel in zijn kinderschoenen.

Een laatste beschouwing betreft een tweetal artikelen [2, 7], geïnspireerd door de zogenaamde *Atlantic Multidecadal Oscillation* (AMO), een verschijnsel waarbij de oppervlaktetemperatuur van de Noordelijke Atlantische Oceaan fluctueert. Hierbij lijken bepaalde atmosferische processen een rol te spelen. Hiervoor worden modellen ontwikkeld in verschillende stadia. Eerst zijn er afzonderlijke modellen voor de atmosferische en de oceanische [2] stromingen. Beide zijn, als voorheen, afgeleid van Navier-Stokesvergelijkingen middels een Galerkin-projectie leidend tot een 46- respectievelijk 27-dimensionale toestandsruimte. In beide gevallen is reductie naar een 3-dimensionale centrumvariëteit mogelijk [6].

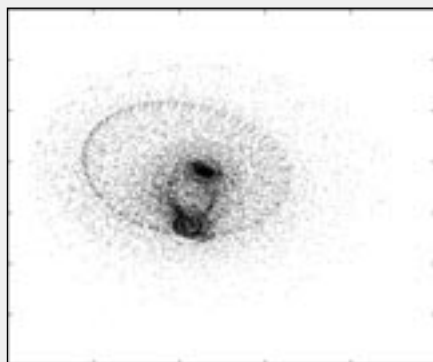
In het oceanische geval [2] vinden we onder meer numerieke aanwijzingen voor een quasi-periodieke Hénon-achtige attractor (figuur 5a) en voor het atmosferische geval [7] (figuur 5b) een enigszins raadselachtige attractor die te maken heeft met intermitentie, maar waarbij waarschijnlijk ook een onstabiele separatrix betrokken is. In nader onderzoek zullen beide modellen gekoppeld worden, waarbij onderzocht wordt of een periodiek temperatuursignaal van de atmosfeer aan de oceaan de AMO kan verklaren. •

Referenties

- [1] H.W. Broer, J. v.d. Craats and F. Verhulst, “Het einde van de voorspelbaarheid? Chaostheorie, ideeën en toepassingen.” Aramith Uitgevers – Epsilon Uitgaven, 35, 1995; tweede druk “Chaostheorie – Het einde van de voorspelbaarheid?” Epsilon Uitgaven, 35, 2003. ISBN 90-5041-081-2.
- [2] H.W. Broer, H.A. Dijkstra, C. Simó, A.E. Sterk and R. Vitolo, “The dynamics of a low order model for the Atlantic Multidecadal Oscillation.” Submitted.
- [3] H.W. Broer and B. Krauskopf, “Chaos in periodically driven systems.” In B. Krauskopf and D. Lenstra (eds.), “Fundamental Issues of Nonlinear Laser Dynamics,” American Institute of Physics Conference Proceedings, 548 (2000), 31-53. ISBN 1-56396-977-7.
- [4] H.W. Broer, V. Naudot, R. Roussarie and K. Saleh, “Dynamics of a predator-prey model with non-monotonic response function.” DCDS-A, 18(2&3) (2007), 221-251.
- [5] H.W. Broer, C. Simó and R. Vitolo, “Bifurcations and strange attractors in the Lorenz-84 climate model with seasonal forcing.” Nonlinearity, 15(4) (2002), 1205-1267.
- [6] H.W. Broer and F. Takens, “Dynamical Systems and Chaos.” Epsilon Uitgaven, 64, 2009. ISBN 978-90-5041-109-7.
- [7] A.E. Sterk, R. Vitolo, H.W. Broer, C. Simó and H.A. Dijkstra, “New nonlinear mechanisms of midlatitude atmospheric low-frequency variability.” Physica D (2010) (to appear).



a



b

FIGUUR 5 Vermoedelijke vreemde attractors in modellen voor oceanische (a) en atmosferische (b) stromingen. De linker figuur is waarschijnlijk een quasi-periodieke Hénon-achtige attractor [2] en de rechter een nog wat raadselachtiger attractor die te maken heeft met intermitentie [7].

Studeren in het buitenland

Geestige fotonen en een gul DUO

DOOR ERIK DUISTERWINKEL

Waarom zou je willen studeren in een land waar student zijn gezien wordt als ‘een verplicht deel van je leven dat erg veel moeite en offers van je vraagt’ in plaats van het Nederlandse ‘de mooiste tijd van je leven’? Ik had aan één reden genoeg, maar Argentinië biedt veel meer dan alleen mooie vrouwen.

Leven in een metropool als Buenos Aires verschaft je als wetenschapper genoeg hersenkrakers: het economisch nut van het hebben van een kiosk identiek aan elke andere op elke hoek van de straat; het optimaliseren van je reis door de stad met massatransport als de metro en het lopen over het geblokte stratenpatroon; hoe welvarend zou Argentinië zijn als haar geschiedenis niet gevuld was met corrupte overheden en militaire dictaturen? Maar één vraag overtreft alle andere.

De belangrijkste reden

Waarom hebben we in Nederland niet zulk goddelijk vlees als in Argentinië? Nederlanders weten niet hoe je vlees moet klaarmaken! Vind je het gek dat wij over het algemeen niet zo dol zijn op vlees als iedereen het maar een beetje blijft doorbakken totdat er geen smaakmolecuul meer overblijft? En hoe kun je het smaakvol houden als het vlees al verpest wordt voordat het in de schappen komt te liggen?

De koe is in Argentinië vele malen heiliger dan in menig Hindoeïstisch land op aarde. Mensen leven voor de koe, mensen gooien al hun liefde en passie in het klaarmaken ervan. Zoals elk huis in Nederland een brievenbus heeft, heeft elk huis in Argentinië een *asado* (voor jullie leken: een barbecue). En waar je in Nederland een FEBO of kebabtent hebt, zie je hier in elke straat een *parrilla al paso* waar je een groot stuk vlees krijgt rechtstreeks van de *asado* op een broodje met chimichurri.

Goed, voordat ik het hele artikel volschrijf met lof over het vlees, zal ik ook benadrukken dat je je hier als vegetariër waarschijnlijk ook wel ~~bekeert~~ vermaakt.

Spookbeelden

Argentinië staat niet meteen bekend om zijn wetenschappelijk onderzoek. Tijdens mijn zoektocht naar een geschikt stagebedrijf kwam ik erachter dat slechts een paar bedrijven hier aan natuurkundig onderzoek doen en maar een handjevol instellingen verspreid over Argentinië de wetenschap bedrijven. Uiteindelijk kwam ik dan toch bij een universiteit terecht.

Voor mijn stage bij de vakgroep *Laboratorio de Proceso de Imágenes* aan de Universidad de Buenos Aires (UBA) werk ik met het fenomeen *ghost imaging*. Het oorspronkelijke idee van ghost imaging kwam uit de kwantummechanica. Verstrengelde fotonen bezitten informatie over elkaar zonder noodzakelijk bij elkaar in de buurt te zijn: als je de één meet, weet je ook wat de ander is. Een toepassing hiervan is om gecorreleerde fotonen te gebruiken om een object in beeld te brengen. Je kunt het beeld en het diffractiepatroon van het object bepalen zonder dat je iets hoeft te veranderen aan de opstelling van het object. De veranderingen aan het gecorreleerde foton dat niet door het object gaat, zijn voldoende.

Het is ‘bewezen’ dat deze techniek alleen werkt als je gebruik maakt van verstrengelde fotonen zoals die bijvoorbeeld te verkrijgen zijn uit een proces genaamd *Parametric Down Conversion* (PDC). Nadat een wetenschapper een theoretisch model had opgesteld dat het mogelijk maakte om ditzelfde te doen met thermische fotonen die slechts een ruimtelijke correlatie hebben, barstte in de wetenschappelijke wereld een discussie los over de noodzaak van kwantummechanica voor ghost imaging. Nadat experimenteel was bewezen dat zowel het beeld van het object als het

diffractionpatroon ervan net zo duidelijk is te verkrijgen met slechts klassieke mechanica, probeerden wetenschappers dit zo nauwkeurig mogelijk te doen.

Ik ben bezig met een nu nog simpele opstelling die, met behulp van een laser en een LCD-scherm uit een beamer die samen fungeren als een thermische fotonbron, een geheel klassiek ghost imaging-experiment mogelijk maakt. De thermische fotonen worden gesplitst door een beamsplitter zodat de twee fotonenbundels ruimtelijke correlatie hebben. Met een stuk Matlab-code die de LCD en CCD aanstuurt, ben ik aan het onderzoeken wat de mogelijkheden zijn van deze techniek.

De universiteit

De UBA is de meest prestigieuze universiteit van Argentinië. Zij heeft dertien faculteiten, verspreid over de hele stad. De campus, *Ciudad Universitaria* (universiteitsstad), is opgericht tijdens de militaire dictatuur in 1967 en zou alle faculteiten van de UBA gaan huisvesten. Het was een charme-offensief van het regime om het volk te laten zien hoe goed het regime wel niet was voor het land. Tijdens de bouw van het vierde gebouw sloeg de corruptie toe en werd de bouw stilgelegd. Wat een veelbelovend statussymbool zou worden, eindigde als een veel te grote campus voor slechts twee faculteiten (waaronder exacte wetenschappen) en een onderkomen voor een grote groep zwervers en hippies.

Argentinië kent meer van deze ambitieuze projecten die niet afgemaakt zijn. Zo is in 2007, na twintig jaar tijd, weer begonnen met het afmaken van Atucha II, een van de drie nucleaire reactoren in het land.

Overall zijn sporen terug te zien van de onstuimige politieke geschiedenis van Argentinië. Op de campus en in de gebouwen zijn levensgrote herdenkingsplaatsten te vinden voor alle mensen van de universiteit die in de periode van het Juntaregime zijn verdwenen.

Nu ga ik er niet mee te koop lopen dat de GBE-commissie Iguazu '09 deze universiteit heeft uitgezocht

om in april van vorig jaar een bezoekje te gunnen en ik daardoor de vakgroep heb leren kennen waar ik nu mijn stage aan het doen ben. Maar in Argentinië zegt het wel degelijk wat als je aan de beste universiteit studeert.

Hier doen ze niet aan niveaus zoals wij die op de middelbare school en het hoger onderwijs kennen. Je hebt basisscholen, middelbare scholen en universiteiten, allen publiek dan wel privaat (voor de private betaal je veel geld, maar daar krijg je makkelijker onderwijs en hogere cijfers), die geclassificeerd worden aan de hand van de kwaliteit van het gegeven onderwijs. Vanaf de basisschool zijn leerlingen al bezig zo hoog mogelijke cijfers te halen om het beste onderwijs te genieten.

De leukste tijd van je leven?

Het is zonde dat studenten hier niet zo (kunnen) leven als in Nederland. In Nederland ga je uit huis wonen, de IB-Groep [nu DUO – red.] heeft vertrouwen in je, en voorziet je van geld dat je lekker aan bier en studievertraging kunt besteden. In Argentinië gaat dat anders: hier is geen geld voor studenten.

Studenten wonen bij hun ouders, studenten *studereren* echt, om toch nog de best mogelijke plekken te bemachtigen. Bijverdienen zou een mogelijkheid kunnen zijn, maar zonder diploma begin je weinig in een stad die je moet delen met 13 miljoen mede-inwoners. Mocht je een bijbaan kunnen vinden, dan kun je het studeren wel stopzetten en je kapotwerken voor 4–7 peso per uur (respectievelijk € 0,73 per uur bij de McDonalds en € 1,27 als manager in een kleine kledingwinkel). Afgestudeerde natuurkundigen zijn niet zo gewild hier; er staan geen honderd bedrijven voor je klaar die je graag willen ronselen. Er zit hier weinig anders op dan een betaalde PhD-positie te krijgen.

Door dit alles en deze onvrede wordt er op de universiteit door studenten meer politiek bedreven dan tijdens de twee verkiezingsweken voor de U- en F-raad in Groningen. Niet door mij, overigens: ik ben hier in deze mooie stad lekker de student aan het uithangen met mijn IB-Groep-euro's. •

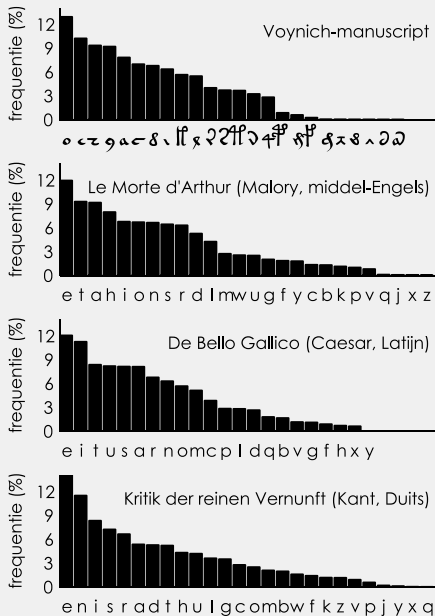
De taal van het Voynich-manuscript

DOOR THOMAS TEN CATE

In de vorige Periodiek schreven we over het verhaal achter 's werelds meest mysterieuze schrijfsel: het Voynich-manuscript. In het laatste deel van dit tweeluik gaan we in op de tekst, en wat hierover met moderne middelen te achterhalen valt.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | b | c | d | e | f | g | h | i | j | k | l | m |
| ⱶ | ⱷ | ⱸ | ⱹ | ⱺ | ⱻ | ⱼ | ⱽ | Ȿ | Ɀ | ⱽ | Ɀ | ⱽ |
| n | o | p | q | r | s | t | u | v | w | x | y | z |
| Ɀ | ⱽ | Ɀ | ⱽ | Ɀ | ⱽ | Ɀ | ⱽ | Ɀ | ⱽ | Ɀ | ⱽ | Ɀ |

FIGUUR 1 Het EVA-alfabet



FIGUUR 2 Letterfrequenties in verschillende teksten

Dit artikel zou echter niet volledig zijn zonder vermelding van nieuwe ontwikkelingen. Kort na het ter perse gaan van de vorige Periodiek werden de resultaten bekend van een koolstofdatering van het manuscript [2]. Het resultaat was onverwacht: de vier pagina's die onderzocht werden, zijn gemaakt en beschreven rond 1420, anderhalve eeuw eerder dan algemeen werd gedacht. Hiermee is ook de plaats van oorsprong beter te bepalen: een van de afbeeldingen toont een kasteelmuur met zwaluwstaartkantelen, die in die tijd alleen in Noord-Italië werden gebruikt.

Maar nu terzake. Dit artikel is te kort om de tekst in het Voynich-manuscript uitgebreid en rigoureus te analyseren. Ik probeer slechts een overzicht te geven van wat er bij zo'n analyse komt kijken, en wat we hieruit wel en niet kunnen concluderen.

Van ⱶ tot Ɀ

Met de computer en een gedigitaliseerde versie van het Voynich-manuscript zijn statistische analyses, die voorheen monnikenwerk waren, opeens een fluitje van een cent. Om computerprogramma's echter los te kunnen laten op een tekst, moet die tekst eerst worden gedigitaliseerd. Voor 'Voynichees' bestaat geen tekstherkenningsprogramma, dus dit komt neer op handwerk.

Bovendien bestaan er geen Voynichese toetsenborden, dus worden de letters vervangen door letters of lettercombinaties uit ons eigen alfabet. Omdat het niet altijd duidelijk is wat wel en niet afzonderlijke letters voorstellen, zijn er verschillende alfabetten in omloop. De keuze van je representatie-alfabet is belangrijk, want dit heeft invloed op de resultaten van statistische analyses. Voor dit artikel gebruik ik het EVA-alfabet ('European Voynich Alphabet', figuur 1), omdat daarin geen lettercombinaties worden gebruikt: elke

letter afzonderlijk stelt een (deel van een) Voynichese letter voor. Dit vereenvoudigt het programmeerwerk. De transcripties zijn online beschikbaar [3].

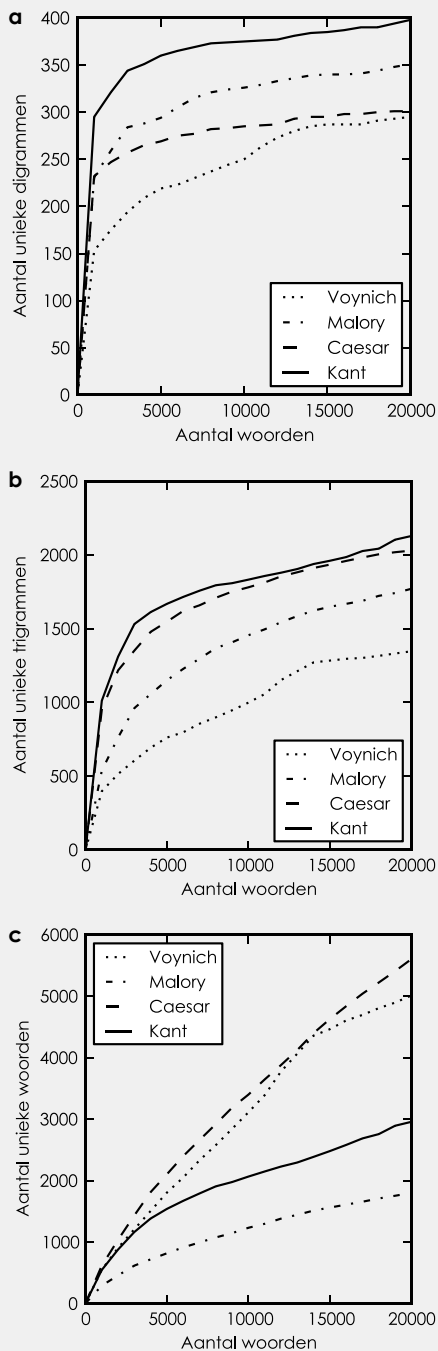
Tellen

Laten we eens kijken hoe vaak deze letters precies voorkomen. Het resultaat vergelijken we met drie andere, redelijk willekeurig gekozen teksten: het middel-Engels van Sir Thomas Malory's *Le Morte d'Arthur*, het Latijn van Julius Caesars *Commentarii de Bello Gallico* (waarin æ als ae wordt beschouwd), en het Duits van Immanuel Kants *Kritik der reinen Vernunft* (waarin ö wordt geschreven als oe, etcetera). Omdat de lengtes van de teksten behoorlijk verschillen, kijken we naar de relatieve frequentie: welk percentage maakt de gegeven letter uit van de gehele tekst? Het resultaat zie je in figuur 2.

Wat kunnen we hieruit nu afleiden over het Voynich-manuscript? Helaas niet zo veel. Hoewel de frequentie van specifieke letters verschilt, gedraagt de verdeling zich als geheel bij alle teksten ongeveer hetzelfde. Op basis van deze grafieken kunnen we dus niet uitsluiten dat het manuscript een natuurlijke taal bevat.

Deze simpele telling geeft echter geen informatie over samenhang tussen letters. Om die samenhang te bestuderen, kunnen we combinaties van letters beschouwen. Een combinatie van twee letters (bijvoorbeeld 'pz') wordt een digram genoemd, van drie letters een trigram, van vier letters een quadgram, en van n letters een n -gram. Maar hier stuiten we op een probleem: in een taal bestaan erg veel langere n -grammen, en doorgaans komen die lang niet allemaal voor in een gegeven tekst. In een langere tekst zou je dus meer n -grammen tellen dan in een korte, ook al is de taal hetzelfde. We kunnen dit opvangen door de tekst na een vast aantal woorden af te kappen, maar leuker is het om te kijken naar het aantal verschillende n -grammen als functie van de lengte van de tekst. Dit is precies wat we doen in figuur 3.

Naar figuur 3a en 3b kijkend lijkt het Voynich-manuscript *wel* een vreemde eend in de bijt: het bevat



FIGUUR 3 Aantallen di- en trigrammen en volledige woorden

veel minder verschillende di- en trigrammen dan de andere teksten. Vanuit figuur 2 kunnen we dit deels verklaren: je ziet dat de laatste 9 letters maar zelden voorkomen, waardoor het merendeel van de tekst wordt uitgedrukt in de overgebleven 15 letters. Dit gebrek aan letters leidt natuurlijk tot minder mogelijke combinaties. Ten dele is dit te wijten aan de keuze van het EVA-alfabet; gebruik makend van het alternatieve Curva-alfabet is de variatie een stuk hoger [4].

Dat dit gebrek aan combinaties de uitdrukingskracht van het alfabet niet tenietdoet blijkt uit figuur 3c, waarin gekeken wordt naar het aantal verschillende volledige woorden. (Dat in het manuscript reeksen tekens, gescheiden door spaties, woorden voorstellen is puur speculatie!) Het manuscript kan in dit opzicht meekomen met Caesar, en laat Kant en Malory ver achter zich. Merk op dat verbuigingen, vervoegingen en achtervoegsels in deze beschouwing allemaal nieuwe woorden voortbrengen: ‘bellum’ en ‘bello’ worden als verschillende woorden beschouwd. Dit verklaart de grote verschillen tussen Latijn, Duits en Engels.

Entropie

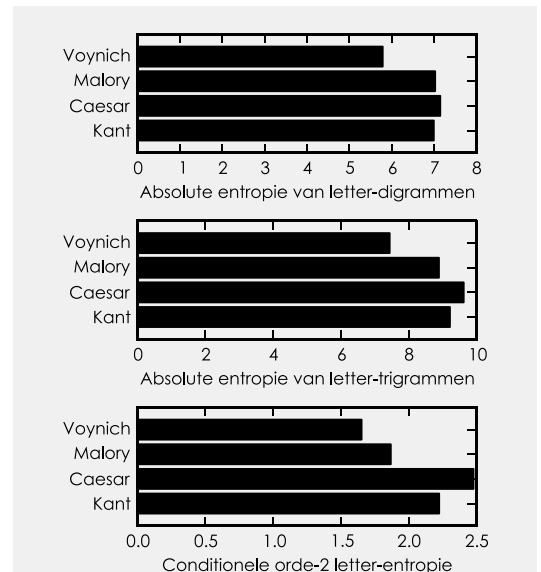
Een ander gegeven waar je als cryptoloog naar kunt kijken is de entropie. Entropie is een maat voor de ‘hoeveelheid informatie’ in een tekst, of preciezer gezegd, de ‘onvoorspelbaarheid’. De tekst “la la la la” heeft bijvoorbeeld een hoge mate van voorspelbaarheid en dus een lage entropie; de tekst “de mooiste Perio ooit” heeft daarentegen een hoge entropie.

Wiskundig kunnen we de entropie als volgt definiëren. Stel dat het alfabet bestaat uit de symbolen $\alpha_1, \dots, \alpha_n$, en dat letter α_i voorkomt met kans $P(\alpha_i)$. Als we een symbool zien dat een lage kans heeft, levert dit ons meer informatie; de ‘hoeveelheid informatie’ die we hieruit krijgen is $-\log P(\alpha_i)$. Vaak wordt de 2-logaritme gebruikt, en verkrijgen we de hoeveelheid informatie in bits. De (nulde-orde) entropie bedraagt dan de som over alle symbolen, gewogen met hun kans:

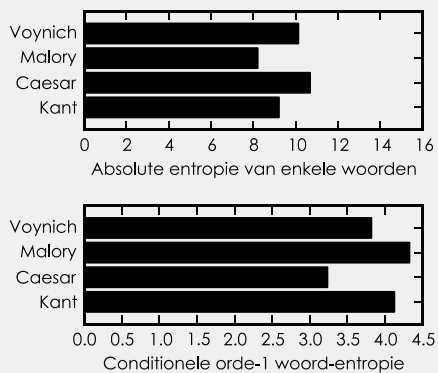
$$-\sum_{i=1}^n P(\alpha_i) \log P(\alpha_i)$$

De kans $P(\alpha_i)$ dat een bepaald symbool voorkomt is doorgaans onbekend; als schatting gebruiken we dan het aantal voorkomens van dit symbool in de tekst, gedeeld door het totale aantal symbolen in de tekst. Er bestaan verschillende vormen van entropie, afhankelijk van hoe we het woord ‘symbool’ opvatten. Een symbool kan een enkele letter zijn, een n -gram van letters, maar ook een heel woord of een n -gram van woorden.

De bovenstaande definitie van entropie gaat ervan uit dat elk volgend symbool onafhankelijk wordt gekozen van het vorige symbool; dit noemen we ‘absolute entropie’. In een tekst is dat natuurlijk niet het geval: in het Nederlands zien we na een ‘c’ bijvoorbeeld veel vaker een ‘h’ dan een ‘z’. Daarom is het interessant om te kijken naar de conditionele kansen: gegeven dat het voorafgaande symbool x is, wat is de kans $P(\alpha_i|x)$ dat het volgende symbool α_i zal zijn? Op basis van deze kansen kun je de eerste-orde conditionele entropie berekenen, en door meer voorafgaande symbolen mee te nemen in je berekening krijg je entropieën van nog hogere ordes. Laten we eens kijken naar een paar entropieën van letters, te zien in figuur 4.



FIGUUR 4 Enkele entropieën van letters



FIGUUR 5 Entropieën van woorden

Omdat de entropie gebaseerd is op frequenties van n -grammen laat dit zien wat we al eerder zagen: de letterentropie van het Voynich-manuscript is beduidend lager dan die van de andere teksten. Ook hier is dit mogelijk te wijten aan de keuze van het representatiealfabet: als het EVA-alfabet bepaalde Voynich-letters voorstelt als twee letters uit ons eigen alfabet, leidt dat natuurlijk tot een hoge voorspelbaarheid en dus een lagere entropie.

Entropie van woorden

Tot nu toe hebben we de entropie beschouwd als functie van een reeks letters. We kunnen echter ook entropieën uitrekenen door niet letters, maar hele woorden als symbolen te beschouwen. Ons 'alfabet' bestaat dan uit alle woorden die voorkomen in de tekst. Zie figuur 5 voor de resultaten.

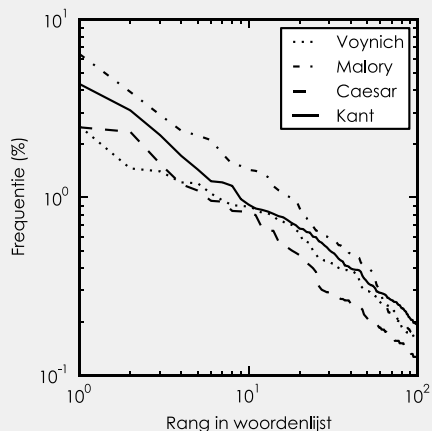
We zien dat de entropie van de woorden in het manuscript vergelijkbaar is met die van de andere teksten. Hieruit kunnen we voorzichtig concluderen dat de spaties niet willekeurig zijn ingevoegd; dit zou immers tot een grotere willekeur en dus een hogere entropie leiden. Een verdere mogelijke conclusie is dat de 'woorden' van het Voynichees ook echt woorden voorstellen, en niet bijvoorbeeld lettergrepen; dat zou immers leiden tot minder variatie en dus een lagere

entropie. Ook bekende voorbeelden van kunstmatige talen hebben op dit vlak doorgaans een lagere entropie dan Voynichees.

De Wet van Zipf

De Wet van Zipf is een eigenschap waar de meeste natuurlijke talen heel aardig aan voldoen. Als we de woorden van de taal opschrijven, gesorteerd van meest gebruikt naar minst gebruikt, dan blijkt dat de hoeveelheid voorkomens van een woord ruwweg omgekeerd evenredig is met zijn positie in deze lijst. Met andere woorden, als we op een dubbellogaritmische schaal de positie van het woord op de horizontale as zetten en de frequentie op de verticale as, zien we een rechte lijn. En inderdaad, figuur 6 laat zien dat de Wet van Zipf voor het Voynich-manuscript heel aardig opgaat.

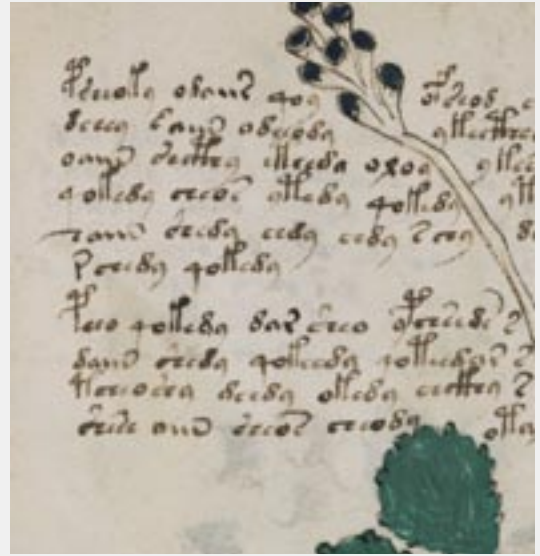
Aangezien George Zipf zijn wet pas in 1935 ontdekte, is de kans klein dat iemand in de 15^e eeuw hiermee bekend was. Het zou dus onmogelijk geweest zijn om bewust een betekenisloze tekst te schrijven die aan de Wet van Zipf voldoet, en wederom worden we richting de conclusie geduwd dat Voynichees wel degelijk een natuurlijke taal zou kunnen zijn.



FIGUUR 6 De Wet van Zipf toegepast



A Currier-handschrift A



B Currier-handschrift B

FIGUUR 6 Vergelijking van beide Currier-handschriften

Verschillende talen?

Bij de voorgaande analyses heb ik heel veel onder tafel geschoven. Zo is in 1960 al door Prescott Currier ontdekt dat het manuscript ten minste twee verschillende ‘talen’ of ‘dialecten’ bevat, die hij A en B noemde. De statistische eigenschappen waarover we het zojuist hebben gehad zijn voor beide talen ongeveer hetzelfde, maar op een lager niveau zijn de talen duidelijk verschillend. Taal A bevat bijvoorbeeld veelvuldig de digrammen $\sigma\zeta$ en $\sigma\eta$, terwijl die in taal B bijna niet voorkomen; omgekeerd zien we in taal B veel vaker $\delta\eta$. Er is bovendien een duidelijke correlatie tussen deze talen en twee handschriften, die er iets verschillend uitzien (figuur 6). De meeste katernen zijn geheel in een van deze twee handschriften geschreven. Een uitgebreidere analyse kan worden gedaan met wat vectoranalyse; de uitkomst duidt mogelijk op het bestaan van nog meer verschillende varianten [5].

Dit artikel is natuurlijk nog maar het topje van de ijsberg. Zo blijkt er een hoop structuur te zitten in Voynichese woorden [6], misschien duidend op een onderscheid tussen klinkers en medeklinkers – noodzakelijk voor een gesproken taal. Ook grammaticale

structuren als naamvallen zouden hiermee verband kunnen houden. Aan de andere kant: de verdeling van de lengtes van woorden blijkt akelig precies overeen te komen met een binomiale verdeling [7], wat erop zou kunnen duiden dat de ‘woorden’ mogelijk iets heel anders voorstellen, zoals cijfers ... maar Oosterse talen zoals Vietnamese en Chinees hebben ook zo’n verdeling [8]. Het laatste woord is er dus nog niet over gezegd! •

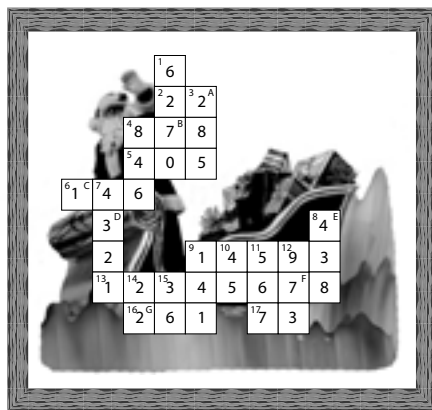
Referenties

- [1] R. Zandbergen. “The Voynich Manuscript.” voynich.nu
- [2] “Mysterious Voynich manuscript is genuine, scientists find.” monstersandcritics.com/news/europe/news/article_1516863.php
- [3] “Reeds/Landini’s interlinear file in EVA.” www.dcc.unicamp.br/~stolfi/voynich/98-12-28-interln16e6
- [4] “From digraph entropy to word entropy in the Voynich MS.” voynich.nu/extra/wordent.html
- [5] “The Currier languages revisited.” voynich.nu/extra/curabcd.html
- [6] “Word Paradigms.” voynich.nu/a_para.html
- [7] J. Stolfi. “On the VMS Word Length Distribution.” www.ic.unicamp.br/~stolfi/voynich/00-12-21-word-length-distr/
- [8] J. Stolfi. “Chinese Theory Redux.” www.ic.unicamp.br/~stolfi/voynich/02-01-18-chinese-redux/

Vorig Breinwerk

DOOR PJOTR SVETACHOV

De Kerstman wil graag iedereen bedanken voor het redden van Kerstmis. Uit alle inzendingen is Henk Jansen als winnaar uit random.org gekomen. Hij ontvangt binnenkort de film *It's a Wonderful Life*. Nora Ottink verdient een eervolle vermelding voor haar inzending waarin ze tot in het kleinste detail heeft uitgelegd hoe ze tot haar antwoord is gekomen. Kom je er niet uit, mail dan de Perio voor haar geweldige uitleg. •



Nieuw Breinwerk

DOOR PJOTR SVETACHOV

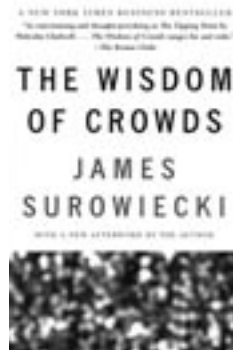
De paashaas en de schildpad

Op een dag kwam de paashaas een schildpad tegen. Het was Teun, het broertje van de beroemde schildpad die ooit een race tegen een haas had gewonnen. Overtuigd van zijn eigen snelheid besloot de paashaas Teun een weddenschap voor te leggen. De schildpad kon dit niet weigeren: dit was zijn kans om zich tegenover zijn grote broer te bewijzen!

De paashaas had door het vervoeren van paaseitjes veel conditie opgebouwd en hoefde geen uiltjes te knappen. Hij won dan ook zonder moeite. Als tegenprestatie moest Teun paaseieren voor de haas kopen, maar de dichtstbijzijnde supermarkt was een paar dagen lopen. Althans, voor de paashaas. De arme schildpad zou er minstens een maand over doen. In plaats daarvan besloot Teun om naar de plaatselijke markt te gaan. Helaas waren daar geen paaseieren te koop. Wel was er een knikkerverkoper te vinden. Die glazen bolletjes leken wel wat op paaseieren! Met een grote zak vol knikkers op zijn schild keerde Teun terug naar de paashaas. Deze was niet blij: "Wat heb ik nou aan knikkers – de kinderen verwachten lekkers en zullen hun tanden hierop maar stukbijten!" Gelukkig liep er net een verkoper langs met een grote kar vol paaseieren die wel wilde ruilen, één knikker voor één paasei.

Het tellen van alle knikkers bleek onbegonnen werk. Gelukkig was de paashaas al meer dan een eeuw lid van het tijdschrift *Nature* en had hij in een nummer uit 1907 gelezen dat, door veel mensen een gok te laten doen en daar de mediaan van te nemen, je al snel dicht bij het antwoord komt [1]. Zodoende heeft de paashaas jullie hulp nodig. Een kleine selectie van de knikkers staat op de voorkant van deze Perio.

Raad hoeveel knikkers in en rond de theepot en kopjes op de voorkant liggen en stuur je antwoord op voor 26 maart naar perio@fmf.nl. Stuur ook je antwoorden voor de aparte onderdelen in! Wie het dichtst in de buurt komt, wint het boek *The Wisdom of Crowds*! •



Referenties

- [1] Vox Populi van Sir Francis Galton. Te lezen op galton.org/essays/1900-1911/galton-1907-vox-populi.pdf
DOI nummer: 10.1038/075450a0

Kokkerellen

DOOR ELLEN SCHALLIG

Na Italië en Oost-Europa te hebben aangedaan, gaan we nog een stuk verder naar het oosten, en wel naar India. Hoewel curry's in bijna heel Azië voorkomen, zijn in Europa de curry's uit India veruit het bekendst. Je hebt vast wel eens gehoord van een vindaloo of een korma of ze misschien in een Indiaas restaurant in Nederland of het Verenigd Koninkrijk gegeten.

Maar er bestaat niet zoiets als dé Indiase keuken. Elke streek kent zijn eigen favoriete ingrediënten en bereidingswijzen. Zo heeft bijna ieder dorp in de streek Punjab een gemeenschappelijke Tandoor-oven om Tandoori-kip en naan, een soort brood, te bereiden. En in de streek Goa wordt bijna elke curry bereid met zeevruchten. In Zuid-India wordt het eten juist scherp gekruid; beoefenaars van het Brahmanisme daarentegen eten alleen vegetarische en mild gekruide cur-

ry's om de sensualiteit te temperen en de hogere gedachten doorgang te geven. Deze verscheidene keukens zijn ontstaan door het van moeder op dochter overleveren van recepten en technieken, en traditioneel was er weinig contact met bevolkingsgroepen buiten de eigen streek en kaste.

Wat is een curry?

Curry betekent in het huidige India eigenlijk gewoon jus. Een Indiase curry wordt gemaakt door

vlees of groenten in een bouillon met veel kruiden en specerijen, zoals chilipepers, kardamom, gember, fenegriek, knoflook en saffraan, te bereiden. Hierbij wordt geen gebruik gemaakt van bloem, maar van andere verdikkingsmiddelen zoals uien, room of kokosmelk. Verder bevat het bijna altijd een zuur element in de vorm van tomaat, yoghurt, tamarinde (een peulvrucht) of limoen. De vele specerijen en kruiden geven de curry's de verschillende smaken en kleuren.

Kipkorma uit Delhi

Ingrediënten

- 1 kg kipfilet
- 100 gepelde pistachenoten
- 8 groene gehakte chilipepers
- 75 ml slagroom
- 2 uien, fijngesneden
- 3 × 1 cm verse gemberwortel
- 6 dikke knoflooktenen
- ¾ tl garam masala
- 1¼ tl venkelzaad
- 1 gemalen witte peperkorrel
- mespunt kurkuma
- 2 kaneel- of laurierbladeren
- 1 tomaat, fijngehakt
- 45 ml dikke yoghurt (bijvoorbeeld Griekse yoghurt)

- 1 tl gemalen groene kardemompeulen (of -poeder)
- 2 el gesneden korianderblad
- olie
- zout

Enkele opmerkingen

De smaak en kleur hangt af van de gebruikte pistachenoten: hoe groener hoe beter. In de winkel kon ik alleen gezouten en geroosterde pistachenoten vinden; daarom heb ik ze eerst even in een bak water van het ergste zout ontdaan. Voor 100 pistachenoten is een zak van 250 gram voldoende; dat

is ongeveer 65 gram aan gepelde noten. Helaas betekenen geroosterde noten dat de groene kleur geel wordt.

Oosterse kruiden als garam masala kun je waarschijnlijk niet vinden in je standaardsuper. Een toko is een veel geschiktere plek om te zoeken. In Groningen kan ik je zeker de Amazing Oriental aan de Korreweg aanraden.

Recept

Snijd de kip in stukken. Als je een hele kip hebt, gebruik dan

Moeilijkheid:**Aantal personen:****Bereidingstijd:** 1 – 1½ uur

de afsnijdsels en botten om 6 dl bouillon van te trekken (let op, dit duurt enkele uren). Als je geen zin hebt om te wachten, gebruik dan een bouillonblokje.

Kook de pistachenoten 10 minuten in 2 dl water. Neem van het vuur en laat de pistachenoten afkoelen en uitlekken in een zeef. Wrijf daarna de noten tussen de vingers om het velletje te verwijderen. Maak van de noten, de helft van de chilipepers en de slagroom in een blender of keukenmachine een pasta.

Verhit olie in een pan met dikke bodem (om de hitte goed te verspreiden) en roerbak de uien tot ze licht gekleurd zijn. Voeg gember, knoflook, garam masala, kurkuma, kaneelblad, witte peper en

venkelzaad toe en bak 2 minuten onder regelmatig roeren. Doe het pistachemengsel erbij en laat 2 minuten meebakken. Blijven roeren!

Doe de kip erbij en roerbak 5 minuten. Voeg tomaat, losgeklopte yoghurt, resterende chilipepers en zout naar smaak toe. Giet de 6 dl kippenbouillon (of water) erbij, roer om en laat op laag tot halfhoog vuur 15–20 minuten gaar worden, afhankelijk van de grootte van de stukken kip.

Haal voor het opdienen de tenen knoflook en de gember uit de curry. Bestrooi met kardemompoeder en fijngesneden korianderblaadjes. Serveer de curry met rijst naar keuze. Basmati-rijst doet het altijd goed. •

Recept uit:

50 Curries uit India

ISBN 90 5956 113 9

Pas op!

Let op met chilipepers! Als je niet houdt van pittigere gerechten, haal dan de pitjes uit de pepers. Doe dit door de pepers tussen je handen te wrijven, in de lengte open te snijden en de pitjes onder stromend water te verwijderen. Wrijf niet in je ogen!



Mocht de curry onverhoopt nog te pittig zijn, blus dan met een extra scheut slagroom.





Two-year traineeships to boost your career: Post-MSc programmes



Jobs in an environment which is

- multidisciplinary
- high-tech
- industry and business oriented

More information:

www.3tu.nl/sai, tel.: +31 (0)40 – 247 2452