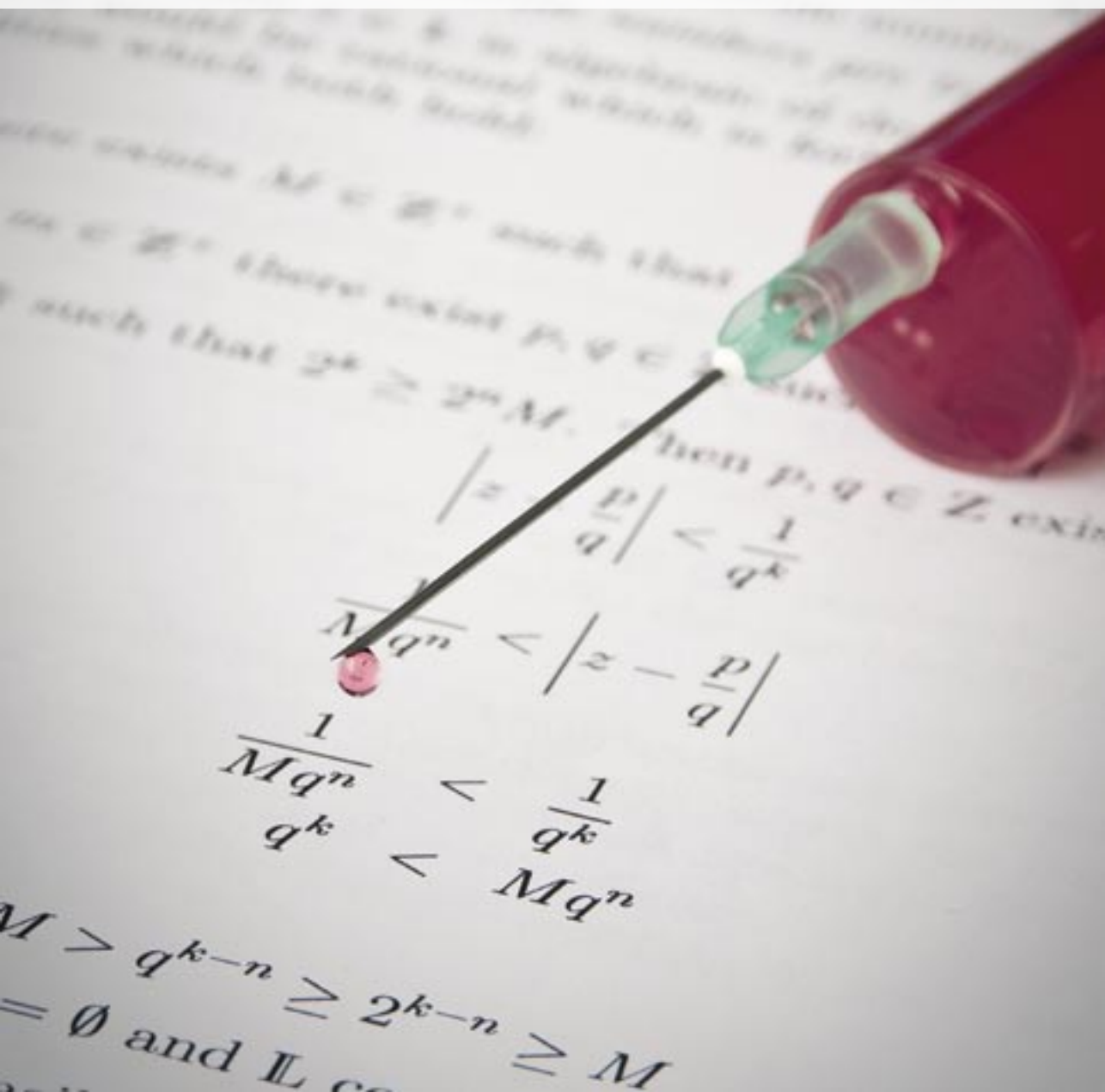


# perio\*diek

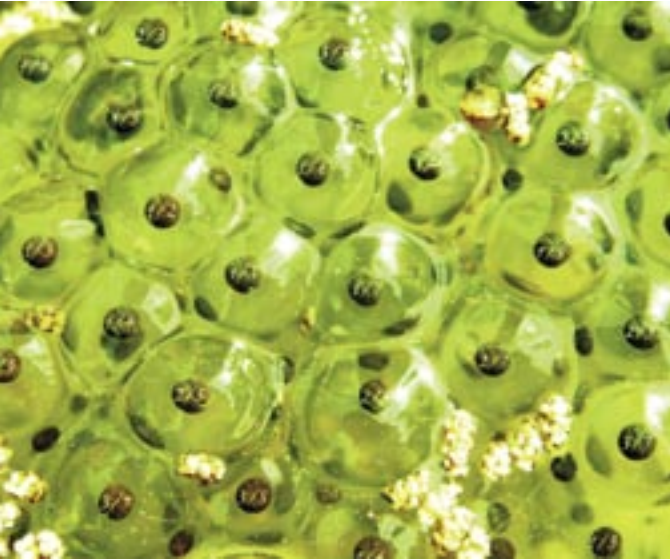
op regelmatige tijden terugkerend jaargang 2009 nummer 2



# In dit nummer

## 30 | Omgevingen van $\mathbb{Q}$

Een open verzameling in  $\mathbb{R}$  waarin alle getallen uit  $\mathbb{Q}$  liggen. Is dat altijd gelijk aan  $\mathbb{R}$ ? Je kunt je er weinig bij voorstellen, toch is het zeer interessant!



## 7 | Experimenteren op het KVI

Op het Zernikecomplex hebben we een Kernfysisch Versnellerinstituut. Het zit zo dichtbij, je kunt er zo heen lopen. Wat doen ze daar precies?

## 19 | Een onheilspellend einde

Word je al een beetje zenuwachtig van enge verhalen over pandemieën? Komt het einde van de wereld er snel aan?

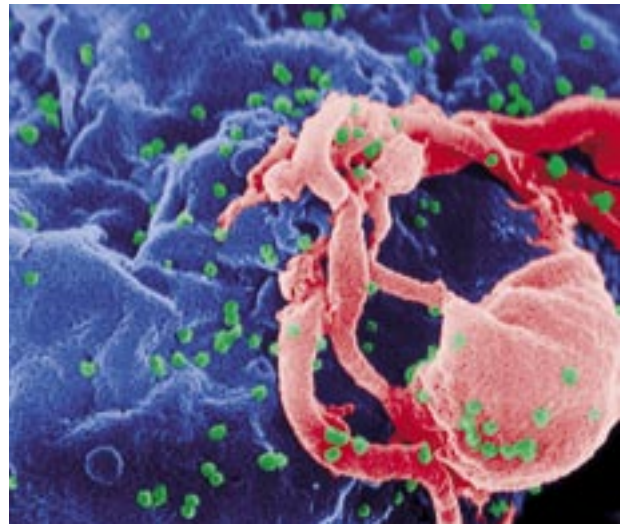


## 14 | Symmetrie in de Natuurkunde

Symmetrie in de natuurkunde heeft niks te maken met die prachtige bloem hierboven, het is pure theorie!

## 22 | Moeizame unificaties

Theorieën aan elkaar koppelen valt niet mee. In sommige gevallen willen de wetenschappers het zo graag, dat ze er alles aan doen om het voor elkaar te krijgen. Waarom kan dat zo lastig zijn?





# Redactioneel

Met frisse moed begon de redactie aan het eerste perioweekend in onze nieuwe kamer! Nadat 's morgens eerst nog de computers startklaar waren gemaakt door de comcie, zou het hard werken worden. Sommige leden van de redactie konden namelijk niet het gehele weekend aanwezig zijn. Dit harde werken resulteerde af en toe in een melige bui van enkelen, die het vervolgens een halfuur lang alleen maar over de woorden 'Marije', 'zalm' en 'decolleté' konden hebben.

Ondanks dit half uurtje slacken, ligt hier toch weer een geweldige perio voor jullie. Zo kun je bij verschillende artikelen je wiskundige en/of natuurkundige kennis

weer een beetje opkrikken en is Marije dit keer ook daadwerkelijk zelf in de keuken gaan staan om iets lekkers te bereiden voor jullie!

Verder blijkt uit een aantal artikelen dat (oud-)redactieleden zich meestal op slechtwerkende fietsen en in barre weerstoestanden naar hopelijk een leuk interview begeven. Ook heeft Willem de Filemon Wesselink uitgehangen, zodat jullie straks altijd geconcentreerd en scherp bij een tentamen kunnen zitten.

Wat de redactieleden toch wel niet allemaal over hebben voor jullie lieve lezertjes!

Kim

## Verder

- 4 In het nieuws
- 6 Van de penningmeester
- 10 Marijes Bakkerij
- 12 TNO
- 27 Tentamendoping
- 33 Ramseytheorie
- 38 Touch Display
- 40 A year abroad: Silicon Valley
- 42 Naast je studie
- 43 Breinwerk

## Colofon

Hoofdredacteur  
Kim van Oost

Redactie  
Corine Meinema, Marije Bakker,  
Femke van Seijen, Erik Weitenberg,  
Willem Hendriks

Scribenten  
Niels van der Vegte, René Kist,  
Samuel Hoekman, Ivar Postma,  
Kasper Duivernvoorden, Monique  
van Beek, Roel Andringa, Luc  
Vlaming

Met dank aan

Marten Veldthuis, Ellen Schallig,  
Mark IJbema, Nasser Kalantar,  
Pim Puylaert, Hidde-Jan Jongasma,  
Herbert Kruitbosch, Hendrik de  
Vries, Michiel Heijkoop

Adverteerders  
Océ (pag. 11), Quinity (pag. 18),  
Techonolution (pag. 26), EyeToEye  
(pag. 32), Getronics Consulting  
(pag. 37), Schut (pag. 44)

Adverteren?  
Neem contact op met [bestuur@fmf.nl](mailto:bestuur@fmf.nl)

Oplage 1200 stuks

Druk Scholma, [www.scholma.nl](http://www.scholma.nl)

ISSN 1875-4546

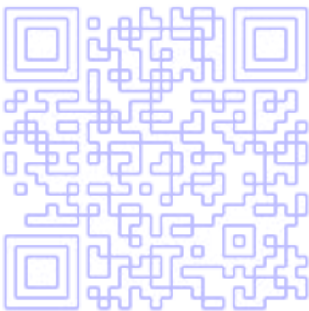
De Periodiek is een uitgave van de Fysisch-Mathematische Faculteitsvereniging en verschijnt vijf keer per jaar. De redactie is te bereiken via [perio@fmf.nl](mailto:perio@fmf.nl). De deadline voor de volgende Periodiek is 23 mei.

# In het nieuws

## 2D-streepjescode

In Japan wordt er al volop gebruik van gemaakt, in Nederland werkt het niet: de 2D-streepjescode. Omdat er op de streepjescode van producten in de supermarkt niet heel veel informatie past, bestaan er nu ook 2D-streepjescodes, die bestaat uit puntjes in plaats van streepjes (zie plaatje). Het idee is dat je een vertaalprogramma in je mobiel kunt hebben en een foto maakt van de code, en je hebt een hele lap tekst voor dit product. Helaas zien mobiele telefoonmaatschappijen in Nederland het niet zitten omdat het niet gebruikt wordt, en wordt het niet gebruikt omdat het niet in je telefoon zit...

kennislink.nl



## Computers leren taal

Mensen leren heel gemakkelijk de betekenis van de taal: synoniemen, categorieën, verbintenissen, noem maar op. Computers kunnen dit niet zo maar. Bedrijven en wetenschappers zijn bezig om computers die bepaalde link te laten leggen, door middel van hele lappen tekst en statistiek, zodat als je in een zoekmachine het woord spijkerbroek intypt, ook de resultaten met

jeans worden gegeven. Dit zou een enorme verbetering zijn voor zoekmachines. Naast zoekopdrachten kan de computer dan ook antwoord geven op bepaalde vragen. Als je dan bijvoorbeeld intypt: Wie is de vrouw van..., dan moet de computer vrouw en echtgenote combineren, en kan er gekeken worden wat het meeste voorkomt.

kennislink.nl



## Asteroïde mist ons maar net

Begin maart vloog een asteroïde met een doorsnee van ongeveer 30 meter vlak langs onze planeet, op een afstand van 72.000 km (een vijfde van de afstand tussen aarde en maan). Een ongeveer net zo groot rotsblok ontplofte een eeuw geleden boven Siberië en verpletterde alles in een gebied van 2000 km<sup>2</sup>. Deze keer had onze planeet meer geluk.

news.bbc.co.uk



## Oren ter bescherming van je identiteit

Nast geluid te horen, schijnen je oren ook zelf geluid te maken. Nu is een onderzoeksteam onder leiding van Stephen Beeby, werkzaam aan de universiteit van Southampton, druk bezig om te onderzoeken of het geluid dat je oor maakt een individuele eigenschap is. Als dat zo is, kan er in de toekomst namelijk iets gedaan worden aan identiteitsdiefstal via de telefoon. Er komt dan een soort van systeem in de telefoon die dan een serie van klikken in het oor van degene die je belt produceert en zo kan waarnemen of het ook daadwerkelijk die persoon is. Of het systeem ook echt gaat werken, is nog niet zeker. Zo schijnt je oorgeluid niet hetzelfde te zijn wanneer je bijvoorbeeld een oorinfectie hebt. Ook wordt er nog onderzocht of je eigen oorgeluid je hele leven hetzelfde blijft, wat wel essentieel is. Allemaal nog even afwachten hoe het onderzoek verder verloopt!

kennislink.nl

## Vogels blauw zonder pigment

Biologen en natuurkundigen van de Yale University hebben ontdekt dat de hemelsblauwe veren van de purperkeelcotinga geen kleurstof bevatten. De veren van deze vogel zijn zo blauw doordat de eiwitten in zijn veren een minuscule schuim vormen, dat het zonlicht zo verstrooit dat de veren blauw lijken. De bellen van het schuim zijn minder dan een tienduizendste millimeter groot. De purperkeel-

cinga is niet de enige vogel die blauw oogt zonder pigment. De veren van de Oostelijke bluebird bevatten minuscule buisjes met hetzelfde verstrooiende effect. Het in de natuur voorkomen van kleuren zonder pigment is niet alleen bij vogels het geval: de blauwe ogen van mensen en vlindervleugels zijn hier ook voorbeelden van.

nrc next



### Autismeonderzoek maakt grote sprong voorwaarts

De oorzaak van autisme ligt in de genen, daar zijn wetenschappers jaren geleden al achtergekomen. Maar welke genen bij alle autistische mensen een afwijking hebben, hebben ze pas onlangs ontdekt. Amerikaanse onderzoekers hebben ontdekt dat er vaak een genetische afwijking in het gen CDH10 is. CDH10 is verantwoordelijk voor verbindingen tussen zenuwcellen. Ook gingen de wetenschappers op zoek naar variaties in het DNA. Deze zijn aangetroffen bij twee processen die betrokken zijn bij het maken en verbreken van verbindingen tussen zenuwcellen. Het lijkt er dus op dat de oorzaak van autisme ligt bij slechte verbindingen tussen

zenuwcellen. Hoofdonderzoeker Hakon Hakonarson verwacht nu een grote sprong voorwaarts in het autismeonderzoek, net als bij oncologie het geval was een aantal decennia geleden, toen men de genen ontdekte die kanker veroorzaken.

kennislink.nl

### Energieopname tussen de oren

Alle wielrenners die door ademtekort het bij de beklimming van een col niet meer voor elkaar kregen om energiedrankjes door te slikken, kunnen nu gerust ademen. Wetenschappers hebben aangevoeld dat slikken helemaal niet nodig is. Meteen weer uitspugen levert ook nieuwe energie op. De wetenschappers denken dat er in de mond receptoren zitten die, zodra energiedrank de mond binnenkomt, een signaal aan de hersens doorgeven dat er weer nieuwe energie aankomt. Hierdoor zetten de hersens het lichaam aan tot betere prestaties!

noorderlicht.vpro.nl



### Het einde van de wereld?

O jee, het lijkt erop dat er een nieuwe pandemie is uitgebroken! Of is dit nog een beetje voorbarig? In elk geval verspreidt de Mexicaanse griep zich redelijk snel over de wereld. Hoeveel zorgen moeten we ons maken? De Wereldgezondheidsorganisatie heeft alarmfase 4 aangekondigd, wat betekent dat het virus nu van mens tot mens kan worden overgedragen. Wanneer het op erg grote schaal voorkomt, komen we in fase 5 en 6 terecht. Een beschermend vaccin komt pas over 4 tot 6 maanden, maar er zijn gelukkig al wel pillen te krijgen die het virus goed kunnen bestrijden: Relenza en Tamiflu. Om de kans dat je besmet raakt met het virus te verkleinen, moet je ervoor zorgen dat jij en de mensen om je heen zich aan een aantal regels houden. Hoest in je elleboogholte of in een zakdoek die je daarna weggooit, dus niet in het wilde weg of in je hand. Was regelmatig je handen met zeep of met handalcohol. En als je ziek bent: blijf thuis tot je beter bent. Mocht je toch besmet raken binnen nu en 6 maanden, dan zijn er altijd nog de beschermende pillen, dus je hoeft nog niet in totale paniek te raken!

noorderlicht.vpro.nl

# Van de penningmeester

DOOR NIELS VAN DER VEGTE

Op een stralende 31 maart 1987 werd ik geboren in het Sallandse plaatsje Olst. Al snel verhuisden mijn ouders naar het dorpje Wijhe, zeven kilometer verderop, waar ik veel buiten speelde, leerde voetballen en mijn basisschoolopleiding kreeg. Wijhe, in 2006 het groenste dorp van Nederland, vonden mijn ouders al snel te klein en daarom verhuisden we naar Zwolle. Hier kwam ik terecht op middelbare school Van der Cappellen. Na zes jaar genoten te hebben van deze Hanzestad kreeg ik mijn diploma. Veel van mijn klasgenoten gingen in Groningen studeren, maar ik besloot om naar Eindhoven te vertrekken.

In de lichtstad werd ik actief bij de studievereniging voor technische natuurkunde, Johannes Diderik van der Waals. Elke donderdagmiddag was er een borrel (met meer dan honderd verschillende soorten bier) waar mijn Brabantse en Limburgse vrienden en ik tafelvoetbal speelden. Hierna werd bij iemand thuis eten besteld en uiteindelijk vertrokken we naar Stratumseind. Enige andere hoogtepunten in Eindhoven waren de introductieweek, het vieren van carnaval, het winnen van het interuniversitaire zaalvoetbalkampioenschap, het kampioenschapsfeest van PSV, het lustrum van de studievereniging en dat van de TU/e en de UEFA-cupfinale die gewonnen werd door Sevilla. Ondanks alle leuke dingen kwam ik erachter dat ik de theoretische kant van natuurkunde toch leuker vind. Theoretische natuurkunde studeren kan echter niet in Eindhoven en daarom besloot ik het voorbeeld van mijn oud-klasgenoten te volgen om te gaan studeren in Groningen, waar ik met mijn beide broers ging samenwonen.

In dé studentenstad van Nederland aangekomen, liep ik allereerst de keiweek waarin ik gelijk merkte dat hier niet alles om twee uur 's nachts dichtgaat. Eenmaal ingestroomd in de studie werd ik lid van T.F.V. 'Professor Francken', überhaupt niet wetende van het bestaan van de FMF. Na twee jaar besefte ik dat mijn studietijd niet heel lang meer zou duren. Toen kwam ik Cees Draaijer tegen in de gang van het NCC. Ik kende Cees al een beetje en hij vertelde mij dat de FMF nog op zoek was naar een penningmeester, waarop ik bedacht dat dit de ideale manier was om nog wat langer over mijn studie te doen.

Vanaf toen ging alles heel snel... Als kandidaatsbestuurslid leerde ik veel mensen kennen binnen de FMF. We gingen op overdrachtsweekend naar Duitsland, Kasper leerde mij de financiën van de vereniging te beheren en opeens maakte ik deel uit van het vijftigste bestuur der FMF. De week waarin dit gebeurde, was gelijk een heel drukke. Maandag was er een feest met de Noorse uitwisselingsstudenten, dinsdag de overdrachts-ALV, woensdag een vergadering van SPIN in Eindhoven met daarna een constitutieborrel van mijn oude vereniging en meteen er achteraan onze eigen felicitatieborrel.

Deel uitmaken van van dit bestuur is tot nu toe een prachtige ervaring. Het contact met de leden, het organiseren van en meedoen aan activiteiten, het voeren van overleggen, besturendagen van bedrijven meemaken en het bijhouden van de financiën zijn zowel leerzaam als erg gezellig. Ik ben dan ook erg blij met mijn beslissing om in het bestuur van de FMF te gaan. •



# Experimenteren op het KVI

DOOR CORINE MEINEMA EN SAMUEL HOEKMAN

Niet afgeschrikt door regen en tegenwind en met slechts één fiets, bezochten twee oud-hoofdredacteuren van de Periodiek het Kernfysisch Versneller Instituut (KVI), om met Nasser Kalantar te praten over zijn onderzoeksgebied: experimentele kernfysica.



De afgelopen jaren heeft Nasser Kalantar gewerkt aan experimenten met botsingen met weinig deeltjes, zoals protonen ( ${}^1\text{H}$ ) met deuteronen ( ${}^2\text{H}$ ). De theorie over kernkrachten is tot op de dag van vandaag niet helemaal verklaard. Er is wel veel onderzoek naar gedaan bij CERN met heel hoge energieën, maar over de situatie bij lagere energieën is weinig bekend.

Voor een tweedeeltjessysteem weten we nu hoe de energieën zich verdelen, maar bij meerdeeltjessystemen ontstaat er een probleem: er is bekend hoe deeltje  $a$  en deeltje  $b$  op deeltje  $c$  reageren, maar de reactie van deeltje  $c$ , als  $b$  ook nog eens op  $a$  reageert, is niet bekend. Kalantar legt dit simpel uit met het systeem van de aarde, de maan en een satelliet. De satelliet draait in principe als een perfecte cirkel om de aarde. Doordat de zwaartekracht van de maan aan de satelliet trekt, zal de satelliet ook af en toe een rondje om de maan willen draaien. Het gevolg hiervan is dat je een kleine verstoring in de baan van de satelliet krijgt. Maar wat je in het systeem ook mee moet nemen, is de zwaartekracht van de maan op de aarde: dit geeft immers eb en vloed, waardoor de vorm van de aarde verandert. Bovendien is de aarde van zichzelf min of meer ovaal. Dit moet je meenemen in je systeem van de satelliet om de aarde. Tot ongeveer dertig jaar geleden was dit probleem niet op te lossen, nu is dit numeriek wel mogelijk.

Bij atoomkernen is het principe hetzelfde: men weet hoe twee nucleonen (protonen of neutronen) op elkaar reageren, maar de wisselwerking tussen drie nucleonen is nog niet precies bekend. Blijkbaar verandert de spin van een van de quarks (zie kader) als er een derde nucleon meespeelt. Theoretici hebben de afgelopen twintig jaar hun best gedaan dit probleem numeriek op te lossen maar het resultaat hiervan kwam niet heel erg overeen met de praktijk. De mensen van experimentele kernfysica hebben een detector gebouwd waarmee ze onder alle hoeken kunnen bekijken hoe bijvoorbeeld een straal protonen reageert op deuterium, of andersom.

Op dit moment zijn de interacties tussen drie deeltjes globaal bekend, en de formules zijn ook toe te passen op grotere atomen, omdat de interacties tussen vier deeltjes ontzettend veel kleiner zijn dan tussen drie. Alleen

## M&M's

Atoomkernen zijn opgebouwd uit protonen en neutronen, de nucleonen. Deze deeltjes bestaan uit quarks. Het woord quark komt uit een roman van de Ierse schrijver James Joyce. Quarks zijn net M&M's, ze komen in drie paren generaties. Er zijn dus zes 'flavours': 'up', 'down', en 'charm', 'strange', en 'top', 'bottom'. De meeste atoomkernen zijn opgebouwd uit de eerste twee smaken up (u) en down (d). Quarks komt nooit alleen voor, maar minimaal in paren. Ze heten dan hadronen. Quarks worden bij elkaar gehouden door een van de vier fundamentele krachten, namelijk de sterke kernkracht. De kwantumchromodynamica is de theorie die deze krachtenbalans beschrijft. De kernkracht is de reden dat een samengestelde atoomkern van  $A$  deeltjes ( $N$  neutronen en  $Z$  protonen) bij elkaar blijft. Een proton bestaat uit twee up-quarks en een down-quark (uud). Als een van de protonen in een aangeslagen toestand zit, kan het zijn dat een van de up-quarks 'aangeslagen' wordt en in een charm-quark verandert.

doen de computers er wel zo'n tweehonderd uur over om alleen al de grondtoestand van een koolstofatoom (twaalf kerndeeltjes) te berekenen.

## Nieuwe richting

De experimenten met de drie deeltjes zijn op dit moment afgerond, en de onderzoeksgroep is min of meer een andere richting ingeslagen. Er wordt gekeken naar hoeveel neutronen er in bepaalde atomen passen. Als je naar het periodiek systeem kijkt, wie zegt dan dat er bijvoorbeeld geen calcium-60 kan bestaan? Op het GSI (*Gesellschaft für Schwerionenforschung*) in Darmstadt wordt gekeken naar hoe zware deeltjes reageren, zoals bij splijting, maar ook of er na uranium nog zwaardere stabiele atomen bestaan.

Bepaalde kernen zijn bijzonder stabiel, en nu blijkt dat het aantal protonen en neutronen in deze kernen de zogenaamde *magic numbers* hebben: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Heeft een atoom twee magic numbers, dan



vervalt het nog minder snel. Pb-208 heeft bijvoorbeeld een bijzonder stabiele kern, met de grootste magische getallen, 82 en 126. Er wordt nu gekeken naar het volgende magic number, omdat dit vooral empirisch bepaald is, en dit wordt in Duitsland gedaan door zware atoomkernen op elkaar te laten botsen.

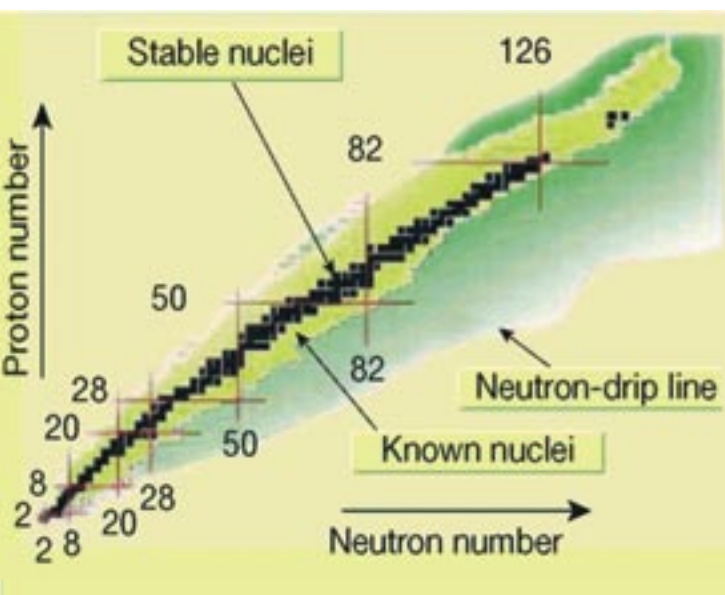
Kalantar is vooral geïnteresseerd in iets lichtere kernen die in verhouding veel neutronen bevatten. Zo heeft Sn-100, 50 protonen en 50 neutronen, maar het isotoop Sn-132 bestaat ook! Dit isotoop heeft dus 82 neutronen met maar 50 protonen. Experimenten met isotopen die veel neutronen hebben, kun je natuurlijk doen bij alle atomen en hiermee vergroot je je kennis over de fundamentele krachten enorm. De formules die nu worden gebruikt om de krachten in een atoom te beschrijven zijn empirisch bepaald op het systeem dat we tot nu toe hebben, Kalantar verwacht dat er ongeveer 6000 tot 7000 verschillende isotopen te maken zijn op deze manier en dit is erg veel vergeleken met de ongeveer 300 stabiele isotopen die we tot nu toe kennen!

Het belang van dit onderzoek is vooral dat in zware sterren ijzer het zwaarste element is dat gevormd kan worden. Dit atoom heeft de hoogste bindingsenergie per nucleon en zwaardere atomen maken zou alleen maar meer energie kosten. Na de vorming van ijzer wordt de ster een supernova en explodeert. Toch komen er tijdens de explosie elementen vrij die zwaarder zijn



dan ijzer. De vakgroep experimentele fysica onderzoekt of het mogelijk is dat atomen veel neutronen opnemen en daarna via bètaverval weer protonen erbij krijgen. Dit moet allemaal wel in een paar milliseconden gebeuren.

Naast het GSI in Darmstadt wordt een groot internationaal project gestart (FAIR), in samenwerking met onder andere het KVI, dat veel onderzoek gaat doen naar kern-, hadron-, atoom-, plasma- en gecondenseerde fysica. Er wordt een machine gebouwd die veel nauwkeurigere metingen kan doen dan de apparatuur die momenteel wordt gebruikt. Deze zal in 2015 klaar zijn.



Als je geïnteresseerd bent in meer nucleaire fysica, dan kunnen de twee oud-hoofdredacteurs van harte het vak Nuclear Physics in de vierde periode aanraden. Kalantar geeft dit vak op enthousiaste wijze en staat open voor allerlei suggesties omtrent de leerstof. Er zijn vele mogelijkheden om een korte (afstudeer)stage te doen bij deze vakgroep. De vakgroep kan altijd iemand gebruiken die simulaties uitvoert. Die simulaties dienen als een soort voorbereiding op een echt experiment. Er zijn ook mogelijkheden om detectortestjes uit te voeren, en soms ook om een echt experiment te doen; dat hangt af van de dan lopende onderzoeken bij de vakgroep. •

# Marijes Bakkerij

DOOR MARIJE BAKKER

Na typisch Groningse mosterdsoep en een Hollandse boerenomelet zoekt Marije deze keer inspiratie in het buitenland. Voor deze aflevering van Marijes bakkerij wordt naar Noors voorbeeld vis bereid. Omdat van de vele vissoorten zalm duidelijk Marijes favoriet is, zal het menu rondom deze roze zwemmer worden samengesteld.

**Z**alm bereiden is niet iets wat een kok met twee linkerhanden gemakkelijk kan. Daarom schakelt Marije hulp in voor een gedetailleerde beschrijving van een goed zalmrecept. Met Femkes recept in de ene hand en een boodschappenmandje in de andere, brengt Marije op een zaterdagmiddag een bezoek aan de supermarkt om inkopen te doen voor een hopelijk overheerlijk maal. Uiteraard kan zalm ook op de markt worden gekocht, maar daar moet je dan wel vóór vijf uur 's middags aan denken. In de supermarkt verkoopt men gelukkig ook zalm. Naast 400 gram zalm (voor twee personen) worden ook nog krieltjes, sla, paprika, tomaat, olijven en een dressing ingeslagen. Op zondagavond heeft Marije genoeg moed en eetlust verzameld om de zalm ook daadwerkelijk te bereiden. Stekker erin, oven aan en voorverwarmen op 180 graden maar! Om de wachttijd van het voorverwarmen nuttig te besteden, wordt het voorbereidende werk voor de zalm gedaan.

Het voordeel van zalm uit de supermarkt is al snel ontdekt: er wordt een zakje met kruiden bij geleverd, zodat je zelf niet hoeft na te denken over welke kruiden je er overheen moet gooien. Marije vet een ovenschaal in, besprenkelt de zalm met de bijgeleverde kruiden en voegt vervolgens, op aanraden van Femke, nog wat citroensap toe. Dit laatste doet ze echter met wat te veel enthousiasme, wat uiteindelijk resulteert in een ietwat zure zalm (die gelukkig nog steeds erg lekker is)!

Zodra de oven met een luide piep aangeeft voorverwarmd te zijn, wordt de zalm in de ovenschaal gelegd en wordt de ovenschaal in de oven geplaatst. De timer wordt op 32 minuten gezet en dan blijft er dus nog een

halfuur over voor de bereiding van alles wat de zalm zal begeleiden op zijn weg naar de lege magen. In een koekenpan worden de krieltjes op een zacht vuurtje goudbruin gebakken. Verder wordt de gemixte sla in een schaal gedeponeerd. Dan is het tijd voor het rituele snijwerk. De twee tomaten worden zonder problemen in mootjes gehakt en de paprika volgt al snel het voorbeeld van de tomaten. Al deze roodgekleurde mootjes en blokjes worden door de gemengde sla gedaan.

Omdat de olijven niet willen achterblijven, gaan ook zij in de sla. Om de boel straks gesmeerd naar binnen te laten glijden, wordt een aanzienlijke hoeveelheid dressing aan het geheel toegevoegd.

Terwijl Marije trots de appetijtelijk aandoende salade aanschouwt, wordt ze opgeschrikt door alweer een luide piep van de oven. De 32 minuten zijn voorbijgevlogen en het is tijd om de zalm uit zijn warme omgeving te halen.

De zalm wordt op de borden gelegd en de krieltjes komen er gezellig naast te liggen. Uit haar voorraadkast heeft Marije nog een pot appelmoes gevist en de inhoud hiervan gaat ook op de borden. Dit alles serveert Marije samen met de salade. Te zien aan de tevreden gezichten en de volle buikjes, is het Marije deze keer gelukt om zelfstandig een fatsoenlijke maaltijd te bereiden.

Omdat ook in volle buikjes altijd nog ruimte is voor een toetje, wordt de maaltijd afgesloten met heerlijk ijs. Meer dan tevreden denkt Marije dat deze aflevering als volgt kan worden samengevat: "Njammie!". •





# Physics... Beyond the Ordinary



**Printing for  
Professionals**

*'Al tijdens mijn studie wist ik dat ik voor een grote onderneming wilde werken, omdat je daar extra kansen krijgt om je te ontwikkelen. Voor Océ geldt dat in het bijzonder. Bij research heb ik me daarbij op mijn vakgebied geconcentreerd. Nu ik bij development werk, heb ik meer met andere disciplines te maken. Die verbreding is ook erg boeiend. Ik kan hier alle kanten op!'*

Desie van den Heuvel

Wil je meer weten over de mogelijkheden bij Océ, kijk dan op [www.oce.nl/jobs](http://www.oce.nl/jobs)

# TNO

DOOR KIM VAN OOST EN ERIK WEITENBERG

Op een stormachtige woensdagmiddag waagden twee perioredacteuren zich eraan om op hun half kapotte fietsen een halfuur te fietsen naar TNO, gevestigd nabij het Stadspark in Groningen.

**H**ier spraken ze met Kristian Helmholt, 34 jaar oud en ooit actief FMF-lid tijdens zijn studie Technische Informatica aan de RuG. Enthousiast begint hij te vertellen over de projecten waar TNO zich mee bezig houdt.

## Een proefdijk

Kikkerlandje Nederland wordt omringd door water en ook aan land is het hier vaak nog redelijk vochtig. Om te voorkomen dat iedereen om de haverklap tot z'n dijen in de blubber staat of nog erger, verdrinkt, zijn langs zeeën en rivieren dijken gebouwd. De vraag rijst dan: hoe lang houdt een dijk het vol?

Aangezien dijkbewaking nogal veel mensen vergt met inzicht in het gedrag van een dijk, is het handig als dit geautomatiseerd kan worden. Dit kun je doen door sensoren in een dijk te stoppen. Voordat je echter iets kunt zeggen over de dijk, moet je weten wat de sensor zegt op het moment dat de dijk breekt. De enige manier om daarachter te komen, is om een dijk daadwerkelijk door te laten breken. Het grote nadeel hiervan is dat Flevoland dan plotseling erg vochtig wordt.

Om toch te kunnen experimenteren met doorbrekende dijken, heeft TNO samen met andere bedrij-

ven en organisaties een testdijk gebouwd in de gemeente Bellingwedde. Deze dijk heet de IJkdijk en is onder andere uitgerust met een grote luisterbuis, ingegraven in de lengte, met aan beide kanten een microfoon. Deze microfoons zijn aangesloten op een stevige

computer die met behulp van Fouriertheorie probeert te analyseren hoe het gaat met de dijk.

Met dit project houdt Kristian zich onder andere bezig. Tijdens zijn studententijd aan de RuG heeft hij samen met enkele medestudenten de GBE naar Taiwan, Singapore en Maleisië – EAST'96 – georganiseerd. Tussen de FMF'ers voelde Kristian zich echt op zijn gemak. Het onderlinge begrip was goed ('een half woord...') en ze konden ook zijn humor waarderen. In zijn vijfde jaar heeft hij gekozen voor de specialisatie Telematica en afstudeerwerk bij KPN Research (later overgegaan in TNO) uitgevoerd. Daar is hij na zijn afstuderen blijven werken vanwege de uitdagende werkomgeving en de goede atmosfeer.

## Kasplantjes

TNO houdt zich niet alleen met dijken bezig. In een ander project – ook op het gebied van informatietechnologie voor sensoren – hield Kristian zich bezig met sensoren en actuatoren in een tuinbouwkas. Zijn projectteam heeft meegewerkt aan de ontwikkeling van een nieuw systeem, dat draadloos instellingen (zachter, feller) verstuurt naar een nieuw type lamp. Hiervoor gebruikt het systeem een recept dat invloeden, zoals licht, uit de omgeving meeneemt. Met dit systeem zijn proeven gehouden waarvoor Kristian en zijn collega's ook een tijdje daadwerkelijk in een kas (een *fieldlab*) hebben mogen werken. Voor deze proef werkt TNO samen met andere partijen, zoals telers, teeltadviesbedrijven en een elektronica-bedrijf. Multidisciplinair en daarmee erg boeiend.

Andere collega's bij TNO werken ook aan innovaties in de tuinbouw. Vroeger moest een kasbeheerder alle planten zelf controleren om te zien of ze genoeg water kregen, genoeg licht (maar niet te veel), enzovoorts. TNO heeft een soort sensor ontwikkeld die in de potgrond geplaatst kan worden en bijhoudt hoe het gaat met de plant. De sensoren vormen automatisch



een netwerk en geven hun bevindingen door aan de computer van de kasbeheerder, die alle gegevens mooi op een schermpje krijgt en zo precies weet waar meer water nodig is.

## Spannend onderzoek

TNO lijkt het midden te houden tussen een academisch onderzoeksinstituut en een bedrijf. Het is niet ingeschreven bij de Kamer van Koophandel, en heeft niet als doel om winst te maken. Het is ontstaan uit de wet op Toegepast Natuurwetenschappelijk Onderzoek, die (grof gesteld) voorschrijft dat er altijd een organisatie moet bestaan die helpt toegepast en technisch natuurwetenschappelijk onderzoek, en wat daarmee te maken heeft, dienstbaar te maken aan het algemeen belang. TNO voert daarom werk uit in opdracht van het bedrijfsleven en de overheid.

Onderzoek bij TNO is spannend. Je probeert een onbekende oplossing te vinden, terwijl de vraag soms ook nog niet helemaal helder is. En omdat lang niet elk idee voor een product of dienst uiteindelijk in iets verkoopbaars resulteert, vinden bedrijven het vaak best wel risicovol om te innoveren. Toch probeert TNO hiertoe over te halen. De overheid stimuleert TNO mede daarom met een basisinkomen van zo'n 30%, waarmee TNO kennis kan opbouwen zonder dat klanten daar direct om vragen. Met die kennis kan TNO klanten laten zien waar er voordeel in innovatie te behalen valt. Vervolgens moet TNO de andere 70% van haar inkomen verdienen met betaalde opdrachten van die klanten. En dat gaat geheel bedrijfsmatig met offertes, contracten, et cetera. De kennis die wordt opgebouwd moet dus wel direct gericht zijn op wat die klanten willen. Dat heet in Nederland Onderzoekland ook wel 'vraaggestuurde' innovatie.

Omdat TNO overheidssubsidie krijgt, werkt het bedrijf iets anders dan de meeste bedrijven. Het probeert in principe geen producten of diensten te leveren die al door een commercieel bedrijf worden aangeboden; dat zou oneerlijke concurrentie zijn. Het grote voordeel van subsidie is dat TNO het zich kan veroorloven om onderzoek te doen naar toepas-



Een ingestorte IJkdijk

sing van een technologie die nu nog geen plaats in de markt heeft, maar misschien over een jaar ineens nodig zal blijken te zijn (dit noemen ze de zogenaamde kennisopbouwtrajecten).

## Werken bij TNO

Wie vers van de universiteit bij TNO komt werken, doet met name veel onderzoek naar de toepassing van technologie. Aangezien iedereen meerdere projecten tegelijk doet, is geen dag hetzelfde. De iets meer ervaren werknemers, die al wat meer van de wereld van TNO en haar klanten gezien hebben, kijken meer naar de vraag naar onderzoek bij bedrijven en overheid; TNO bestaat immers om de bedrijven het onderzoek naar nieuwe toepassingen van wetenschappelijke kennis uit handen te nemen.

Bij TNO werken mensen van alle leeftijden en uit veel verschillende disciplines. Bèta's zijn erg goed vertegenwoordigd, maar ook TBK'ers, industrieel ontwerpers en hier en daar een verdwaalde psycholoog vinden er hun plaats. TNO heeft vestigingen in vijftien plaatsen in Nederland, met in totaal ongeveer vijfduizend werknemers.

TNO is een milieubewuste onderneming; elke werknemer krijgt een Business Card van de NS, waarmee hij gratis door heel Nederland kan reizen met het openbaar vervoer. Verder heeft bijna iedereen een laptop en een mobiel van de zaak, zodat ook buiten kantoor gewerkt kan worden. •

Zoek jij een gevarieerde stage of baan waarin grootschalig toegepast onderzoek centraal staat bij een relaxte werkgever? Dan is TNO misschien wel iets voor jou. Meer weten? Ga vooral eens naar [www.tno.nl](http://www.tno.nl).

# Symmetrie in de natuurkunde

DOOR KASPER DUIVENVOORDEN



In de natuurkunde wordt om de haverklap het argument gebruikt: “Wegens symmetrie geldt dat...” Het klinkt heel logisch, maar er wordt verder meestal weinig aandacht aan besteed. Te weinig aandacht, want argumenten op basis van symmetrie zijn de sterkste argumenten in de moderne natuurkunde.

**D**e eerste grote stap in de herkenning van de kracht van symmetrie werd gezet door de wiskundige Emmy Noether (1882-1935). Zij had het niet gemakkelijk, want in die tijd was er behoorlijk veel weerstand tegen vrouwen die hoger onderwijs wilden volgen. Noether was echter een doorzetter en kreeg het voor elkaar om een doctoraat te verdienen. Het was echter onmogelijk voor haar om een academische positie te verwerven. In 1915 werd haar werk gelukkig erkend door David Hilbert en hij vroeg haar om in Göttingen te komen werken. Maar zelfs met de hulp van Hilbert kreeg ze geen academische positie en het verzoek werd om een absurde reden afgewezen. Toen dit besluit viel, zou een woeste Hilbert de zaal uitgelopen zijn en gezegd hebben: *“We zijn een universiteit, geen badhuis!”*

Noethers inzicht was dat elke behoudswet gekoppeld kon worden aan een symmetrie. Al geruime tijd waren er behoudswetten bekend waaronder de belangrijkste, energie en impuls. Deze behoudswetten zijn pilaren van de natuurkunde, fundamentele wetten waar iedereen zich aan moet houden. Maar er is iets fundamenteeler dan behoud van impuls, namelijk de symmetrie van de ruimte. Om dit in zijn volledige schoonheid te begrijpen, moet natuurlijk duidelijk worden gemaakt wat er in de natuurkunde precies met een symmetrie wordt bedoeld.

Symmetrie van de ruimte wil namelijk niet zeggen dat alles er overal hetzelfde uitziet. In Nederland ziet de natuur er bijvoorbeeld heel anders uit dan in Afghanistan. Het wil wel zeggen dat de wetten van de natuurkunde er overal hetzelfde uitzien, want zowel in Nederland als in Afghanistan valt een appel uit een boom gewoon recht naar beneden.

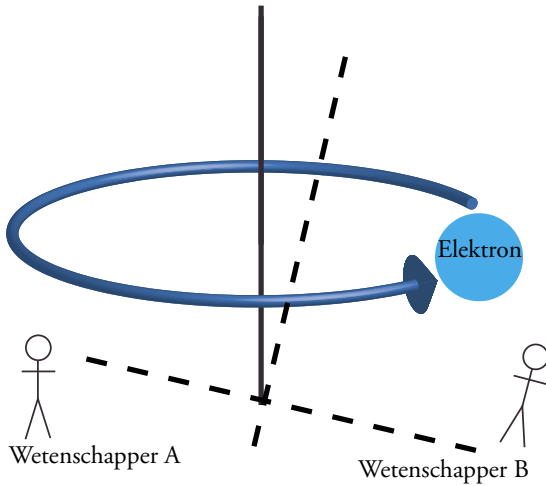
Een symmetrie is onlosmakelijk verbonden met een niet meetbaar gegeven. In geval van symmetrie van de ruimte is dit gegeven een absoluut centrum. Geen enkel experiment kan bepalen waar het centrum van

de ruimte is. Noether wist dit filosofische gegeven te vertalen naar een natuurkundige behoudswet: behoud van impuls.

### Symmetrie en kwantum

Symmetrie kon pas echt zijn ei kwijt na de komst van de kwantummechanica. In de klassieke natuurkunde worden deeltjes beschreven door aan te geven waar deze zich bevinden op een zeker moment en tijdstip. Als een elektron in Groningen is, kan gezegd worden dat het elektron in toestand  $|Groningen\rangle$  is. Maar een elektron kan ook in toestand  $|Amsterdam\rangle$  zijn. De kwantummechanica is echter iets subtieler. Hier kan men niet alleen zeggen dat een deeltje in bijvoorbeeld toestand  $|Groningen\rangle$  is, maar dat zolang men niet naar het elektron kijkt, het in Groningen kan zijn met een bepaalde kans én het in Amsterdam kan zijn met een bepaalde kans. Dit wordt beschreven door de toestand  $a|Groningen\rangle + b|Amsterdam\rangle$ . Belangrijk is dat in de kwantummechanica verschillende toestanden kunnen worden opgeteld.

Het bekendste voorbeeld in de kwantummechanica is het waterstofatoom. Deze bestaat uit een proton en een elektron dat als een gek om het proton heen cirkelt. Het mooie van dit voorbeeld is dat dit systeem een symmetrie toont, het is namelijk rotatie-invariant. Het elektron kan op verschillende manieren om het proton heen cirkelen. Stel bijvoorbeeld dat het elektron in toestand  $|1\rangle$  is. Draai nu het waterstofatoom en noem de nieuwe toestand van het elektron  $|R1\rangle$ . Rotatiesymmetrie zegt nu dat  $|R1\rangle$  ook een natuurkundig correcte toestand is met dezelfde energie als  $|1\rangle$ . Om dit te zien moet je je voorstellen dat twee wetenschappers het atoom bekijken vanuit verschillende invalshoeken. Wetenschapper A ziet het elektron bijvoorbeeld om een verticale as draaien en wetenschapper B ziet het elektron draaien om een as die  $30^\circ$  gekanteld is. De wetenschappers zien het elektron op verschillende manieren om het proton cirkelen maar natuurlijk gaat het om hetzelfde elektron.



Als we de twee toestanden  $|1\rangle$  en  $|R1\rangle$  met elkaar vergelijken, zijn er twee opties. Optie 1: de wetenschappers nemen ondanks een willekeurige rotatie toch precies hetzelfde waar: in dat geval geldt  $|R1\rangle = |1\rangle$ . Klassiek is dit natuurlijk moeilijk voor te stellen, maar kwantummechanisch kan het prima. Dit wil namelijk zeggen dat de golf functie van het elektron bolsymmetrisch is. Heel leuk en aardig, maar over het algemeen geldt dat  $|R1\rangle \neq |1\rangle$  (optie 2). In dat geval kan  $|R1\rangle$  een som zijn van toestand  $|1\rangle$  en nog wat andere toestanden:  $|R1\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle + c|3\rangle$ . De hoeveelheid verschillende toestanden die in een superpositie (optelling) de nieuwe toestand van het elektron maken, ook wel de ontanding, is natuurkundig heel interessant. Dit bepaalt namelijk op hoeveel (lineair onafhankelijke) manieren het elektron met een bepaalde energie om het proton kan draaien. Dit bepaalt dus ook hoeveel elektronen zich in die energieschil kunnen bevinden, want er kunnen geen twee elektronen op dezelfde plek zijn. De ontanding wordt puur bepaald door de rotatiesymmetrie!

### Een stukje wiskunde

Om het vervolg van het verhaal te snappen zal nu een stukje groepen- en representatietheorie uitgelegd worden. In het hierboven beschreven voorbeeld werd gebruik gemaakt van een rotatie  $R$ . Natuurlijk is er een scala aan rotaties mogelijk, dus het is handig om een rotatie een naam te geven:  $R_1$ . Interessant is om te kijken wat er gebeurt als er meerdere keren achter elkaar wordt gerooteerd:  $R_1 \times R_2$ . Dit levert weer een rotatie op. Als dit rotaties om dezelfde as zijn, kunnen deze eenvoudig bij elkaar opgeteld worden. In het driedimensionale geval is het iets ingewikkelder. Sterker nog,  $90^\circ$  draaien om de x-as en daarna  $90^\circ$  draaien om de y-as is ongelijk aan  $90^\circ$  draaien om de y-as en daarna  $90^\circ$  draaien om de x-as. Wiskundig gezien vormen alle rotaties in drie dimensies een groep: de rotatiegroep.

Zoals eerder aangegeven bij het voorbeeld van het waterstofatoom willen we weten hoe bepaalde toestanden in elkaar roteren ( $|R1\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle + c|3\rangle$ ). Om hier enig gevoel voor te krijgen, wordt eerst gekeken naar drie orthogonale assen die een driedimensionale ruimte opspannen. Noem deze assen bijvoorbeeld x, y en z. Bekijk nu een willekeurige richting in dit assenstelsel, bijvoorbeeld  $2x - 3y$ . Door het assenstelsel te roteren, wordt deze richting natuurlijk ook gerooteerd. De nieuwe richting wordt in het algemeen een combinatie van de eerdere drie assen  $R(2x - 3y) = ax + by + cz$ . Het systeem van de drie assen noemt men een representatie van de groep. Heel abstract gezien bestaat een representatie uit dingen, in dit geval drie assen, maar het hadden ook een appel, een peer en een banaan kunnen zijn. Deze drie dingen roteren in elkaar op een manier die wordt voorgeschreven door de groep van rotaties. De

### Wiskundige definitie van een groep:

Een groep is een triplet  $(G, \times, e)$  met als  $G$  een verzameling,  $e \in G$  en  $\times$  een afbeelding van  $G \times G \rightarrow G$  met de eigenschappen:

- 1: Voor alle  $x, y, z \in G$  geldt  $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$
- 2: Voor alle  $x \in G$  geldt  $e \times x = x \times e$  (eenheidselement)
- 3: Voor alle  $x \in G$ , bestaat er een  $y \in G$  zodat  $x \times y = e = y \times x$  (inverse)



## Wiskundige definitie van een representatie

Een representatie van een groep  $G$  is een eindig-dimensionale lineaire ruimte  $V$  met een afbeelding  $\rho$  van  $G$  naar alle lineaire transformaties die op  $V$  werken:  $\rho : G \rightarrow GL(V)$  zodanig dat  $\rho$  de structuur van de groep behoudt. (GL staat hier voor General Linear.)

kracht van de representatietheorie is dat men ook een representatie van vijf dingen kan maken. Of van zeven.

Stel nou dat we een verzameling van drie dingen hebben die in elkaar roteren, zoals drie kleuren R, B en G. Neem verder aan dat we ook nog steeds de drie richtingen  $x$ ,  $y$  en  $z$  hebben. Bekijk nu de toestanden die worden beschreven door een kleur en een richting. In dat geval hebben we negen onafhankelijke toestanden namelijk  $R_x, R_y, R_z, G_x, \dots$ . Deze negen dingen zouden ook een representatie van de groep kunnen vormen. Maar wacht! Wie zegt dat onder rotaties  $G_x$  bijvoorbeeld in een combinatie van de andere acht dingen gaat roteren?



Om dit te illustreren neem ik een voorbeeld uit de sprookjeswereld. Stel, je komt op een dag vier objecten tegen: een kikker, een pompoen, een prins en een koets. In sprookjes worden deze objecten in elkaar getransformeerd. Maar na ze beter gelezen te hebben, kom je erachter dat de pompoen alleen in een koets kan transformeren en de kikker alleen in een prins. De vier objecten blijken groepen met elk twee objecten te vormen. Zo blijkt het ook met de negen verkregen toestanden te zijn. Deze zijn op te delen in drie families: een familie van één toestand die altijd in zichzelf transformeert, een familie van drie toestanden en een familie van vijf toestanden. Op deze manier hebben we een representatie van vijf dingen gemaakt. Wiskundigen

noemen dit een vijfdimensionale representatie. Samenvattend hebben we eigenlijk het volgende gedaan:  $3 \times 3 = 1 + 3 + 5$ . Wiskundigen hebben aangetoond dat er alleen oneven dimensionale representaties van de rotatiegroep bestaan.

## De klap op de vuurpijl

Terug naar de natuurkunde. Bekijk weer het model van een atoom. Het elektron zit in een bepaalde toestand, die een lineaire combinatie is van  $n$  toestanden. De wiskunde van de rotatiegroep vertelt dat deze  $n$ , de ontanding, alleen oneven kan zijn. Natuurkundigen zeggen dat het elektron een impulsmoment heeft van  $L = (n + 1)/2$ .

Gelukkig is dit niet het enige wat geconcludeerd kan worden uit de representatietheorie. Interessant is bijvoorbeeld om te kijken naar een systeem van twee elektronen, beide met impulsmoment 1, die om een kern draaien. Het eerste elektron heeft dus drie opties voor zijn baan, en het tweede elektron heeft ook drie opties voor zijn baan. Net als zojuist beschreven is, wordt het totale systeem beschreven door negen onafhankelijke toestanden. Volgens de wiskunde wordt dit in drie families gesplitst. Alle drie families hebben een ander impulsmoment,  $L = 1$  of  $L = 2$  of  $L = 3$ . De wiskunde vertelt dus hoe impulsmomenten bij elkaar opgeteld moet worden. In de klassieke natuurkunde zorgen symmetrieën voor behoudswetten. De kwantummechanica gaat nog een stap verder. In de kwantummechanica heeft het namelijk zin om toestanden bij elkaar op te tellen. Door een rotatie kan een toestand transformeren naar een lineaire combinatie van een aantal andere toestanden, het aantal hiervan wordt bepaald door de onderliggende symmetriegroep. Symmetrie vertelt ons dus niet alleen hoe natuurwetten eruit moeten zien, ze vertelt ons ook hoe fysische toestanden er uitzien. •

Geschreven naar aanleiding van het boek: *Fearful Symmetry*, A. Zee

# Bart Nijs. Functioneel ontwerper. Nog geen rijbewijs.



**Quinity**  
\_com

## Ook zin in een succesweekend met een stretchlimo en chauffeur?

Als je bij Quinity komt werken, werk je mee aan het ontwikkelen van eBusiness-applicaties. Dat doen we voor grote, financiële organisaties en met goede resultaten. En boeken wij succes, dan boek jij ook succes. Sterker nog: we garanderen je een carrière waarin je veel successen op je naam kunt zetten. Ook als je nog maar net bent afgestudeerd.

En om je daarvan alvast te laten proeven, krijg je van ons een geweldig succesweekend naar keuze aangeboden als we het met elkaar eens worden.

Kijk meteen op [www.werkenbijquinity.nl](http://www.werkenbijquinity.nl) voor alle details en mogelijkheden. En ontdek dat je bij Quinity net zo succesvol kunt worden als je ambities reiken.

## Upload meteen je cv.

Quinity zoekt **software engineers Java/J2EE**, **projectleiders**, **functioneel ontwerpers** en **consultants/informatie-analisten**. Als je zo'n baan én een succesweekend wilt, upload dan snel je cv. Ook al heb je nog geen ervaring. Op [www.werkenbijquinity.nl](http://www.werkenbijquinity.nl) vind je uiteraard ook alle andere informatie en wetenswaardigheden over een baan bij ons bedrijf.

Quinity B.V. – Maliebaan 50 – Postbus 13097 – 3507 LB Utrecht  
Telefoon +31(0)30 2335999



## Werken bij Quinity. Succes gegarandeerd.

# Een onheilspellend einde

DOOR IVAR POSTMA

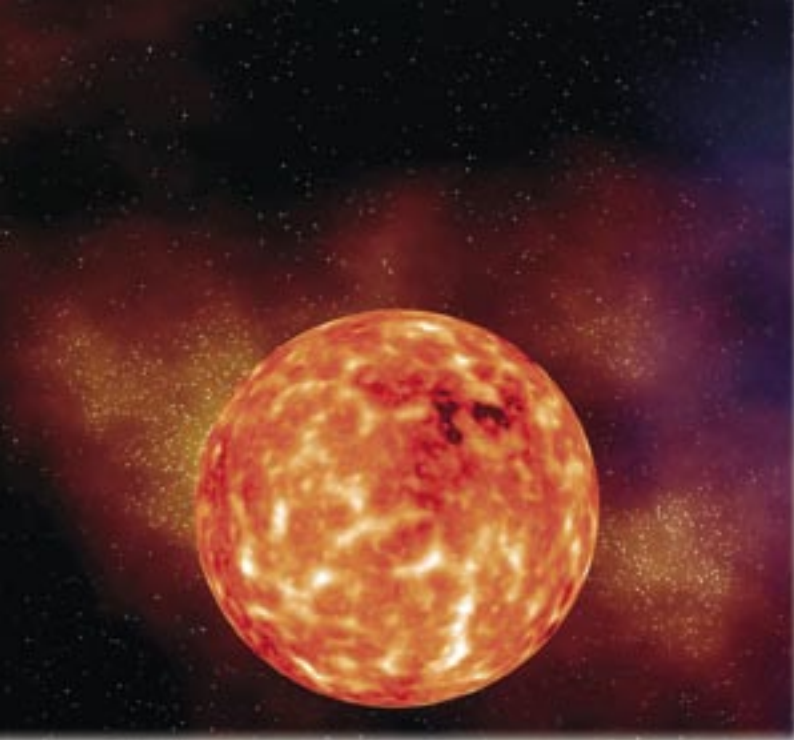
Weer een herkansing verprutst. Een gestrand huwelijk. Een nederlaag van je sportploeg, waardoor je het kampioenschap verliest, uiteraard jouw schuld. Persoonlijk leed lijkt soms het einde van de wereld. Gelukkig slechts spreekwoordelijk. Het einde van de wereld is nog ver weg. Heel ver. Of niet? Want waar hebben we het eigenlijk over?

**T**ientallen films, duizenden boeken en een jaaromzet van miljarden. Het einde van de wereld staat garant voor veel publiciteit en publicaties. Voor de een is het de dag des oordeels, voor een ander het uitsterven van de mensheid en voor de meest droge wetenschapper de dag waarop de aarde als planeet verdwijnt. Verschillende visies leiden tot vele scenario's en nog meer onenigheid. En dat terwijl we uiteindelijk allemaal aan het kortste eind trekken.

## Astronomisch einde

Sterren ontstaan, sterren vergaan. Voor een astronoom is het einde van de wereld dan ook simpel: de aarde zal ooit verdwijnen, zoveel is zeker. Dit einde is volgens de algemene opinie nauw verbonden met het lot van de zon. Over de levensloop van sterren is veel bekend en ook voor de zon is het toekomstperspectief al helder uitgestippeld. De zon ontstond op de kop af





## Alternatieve eindes

Hoewel het lot van onze planeet nog niet duidelijk is, is er wel een zekerheid die het onheilspellende einde in een perspectief plaatst: wij zullen het niet meer meemaken. Niet alleen is het onwaarschijnlijk dat de mens de komende paar miljard jaar overleeft, tegen de tijd dat de zon haar brandstof heeft verbruikt zal onze planeet onleefbaar geworden zijn voor intelligente levensvormen. De temperatuur neemt enorm toe op het moment dat de uitzettende zon naderbij komt.

4,54 miljard jaar geleden. Tegen de tijd dat de zon 10 miljard jaar oud is, zit haar werk erop, is het gedaan met de brandstof en is het aftellen tot het einde. De zon heeft dan alle waterstof in haar kern omgezet in helium. Ze groeit uit tot een rode reus. Tijdens dit proces zet de zon enorm uit. Schattingen zijn dat de zon tot ver voorbij de baan van Venus gaat uitzetten, dit komt neer op een groefactor van 250. Dat komt al aardig dicht in de buurt van de aarde en in negatieve voorspellingen wordt ook de baan van de aarde makkelijk gehaald. In dat geval wacht de planeet hetzelfde lot als Venus en Mercurius. Deze planeten worden opgeslokt en vernietigd door de uitzettende zon. Als geluk bij een ongeluk verliest de zon echter ook veel van haar massa, zo'n dertig procent. De aantrekkingskracht van de zon neemt hiermee af en de aarde komt hierdoor in een ruimere baan om de zon terecht. Destructie van onze planeet zou hierdoor wellicht voorkomen worden. Dit was, tot voor kort, de algemene consensus.

Recente simulaties beschrijven echter een naar bijkomend verschijnsel. Volgens computersimulaties van Robert Smith (Universiteit van Sussex) en Peter Schröder (Universiteit van Guanajuato) zal er op het oppervlak van de zon een bult ontstaan die de aarde volgt in haar baan om de zon. Deze bult heeft een aantrekkingskracht die er uiteindelijk voor zorgt dat de aarde naar de zon wordt getrokken: einde oefening. De simulaties laten tevens zien dat de overige planeten van ons zonnestelsel wel gespaard blijven.

Voor de meeste mensen betekent het einde van de wereld dan ook niet zozeer het verdwijnen van een planeet, maar het verdwijnen van de mensheid. In het onwaarschijnlijke geval dat we er over ruim vijf miljard jaar nog zijn, zullen we op aarde een temperatuurstijging ervaren die ervoor zorgt dat zelfs de oceanen verdampen en ook de meest aangepaste levensvorm zal dit niet aankunnen.

Het einde van het menselijk ras zal echter veel eerder een feit zijn. Doorgaans zijn diersoorten een beperkte tijd op onze aarde aanwezig. Dinosauriërs bijvoorbeeld hadden een regeerperiode van 160 miljoen jaar. Daarna was het plots afgelopen. Dit abrupte einde werd ingeluid door een sterke verandering van het klimaat, waarschijnlijk veroorzaakt door een grote meteorietinslag. (De precieze oorzaak van de klimaatsverandering wordt nog wel eens betwist.) Uiteindelijk stierven alle landdieren van boven de vijf kilo uit. Hetzelfde zou de mens dus kunnen overkomen.

De meeste theorieën over het verdwijnen van het menselijk ras zijn gebaseerd op voorbeelden uit de dierenwereld. Tegenwoordig wordt het uitsterven van dieren vooral toegedicht aan de mens. Maar naast dieren bedreigen we ook ons eigen ras met uitsterven, aldus menig doemdenker. Speciaal hiervoor is de term omnicide uitgevonden, het uitsterven van het menselijk ras door menselijk toedoen. Vlak na de Tweede Wereldoorlog was de angst voor een wereldwijde

besmetting door straling als gevolg van een nucleaire oorlog de voornaamste bron voor omnidetheorieën. Recentelijk zijn ook pandemieën en klimaatsverandering populair.

Een pandemie is een epidemie op wereldwijde schaal, zoals de pest. Dit was in de middeleeuwen een effectieve manier om een derde van de wereldbevolking uit te roeien. Ook de indianen in Amerika moesten het, buiten het geweld van de bezetters om, bijna afleggen tegen besmettelijke ziektes zoals de mazelen. Met de huidige medische vooruitgang lijkt het steeds minder plausibel dat een epidemie uiteindelijk de volledige mensheid uitroeit, maar tevens bestaat het risico dat dezelfde technologie ook de zwakheden van de mens blootlegt die uitgebuit kunnen worden met biologische wapens.

De recentste angst, die voor extreme klimaatsverandering, lijkt de aannemelijkste om ons ras te doen verdwijnen. De VN kwamen met een aantal scenario's waarin de opwarming van de aarde miljarden mensen bedreigt. Het smelten van de gletsjers in bijvoorbeeld de Rocky Mountains en de Himalaya zou veroorzaken dat belangrijke rivieren droog komen te staan, doordat er in de zomer geen gesmolten gletsjerwater meer instroomt. De Ganges doet op dit moment dienst als drinkwater- en irrigatievoorziening voor een half miljard mensen. Het verdwijnen van zo'n rivier zou dan ook leiden tot een massaal gebrek aan drinkwater en voedsel.

Naast opwarming is ook extreme afkoeling een probleem. Buiten gewone ijstijden kan de temperatuur op aarde ook extreem dalen door stofdeeltjes in de lucht. De stofdeeltjes voorkomen dat de zon de aarde kan opwarmen. Eerdergenoemde meteorietinslag zou bijvoorbeeld zo'n effect kunnen hebben gehad. Ook de uitbarsting van een megavulkaan wordt als mogelijkheid beschouwd. Hierbij zouden grote tsunami's ontstaan met een even grote impact op het menselijk ras. Vier

jaar geleden werd een dergelijke tsunami duizenden mensen fataal. De omnidiefans zien echter eerder een nucleaire oorlog als oorzaak van extreme koude, ook wel de nucleaire winter genoemd. Hierbij komt na het gebruik van kernwapens zoveel stof in de lucht dat het handje vol mensen dat de impact van de explosie en de besmetting door straling overleeft, alsnog sterft.

### Eindtijd

Ook de minder wetenschappelijke aanpak leidt tot vele wegen naar het einde. Zo kijkt menig religieus man of de profetische eindtijd al in zicht is. Vooral de visies van Michel de Nostradame worden vaak aangehaald als blauwdruk voor het einde. De Nostradame, of Nostradamus zoals hij doorgaans genoemd wordt, schreef in 1550 een almanak met voorspellingen. Eigenlijk een soort van horoscoop. Het succes van zijn boek motiveerde hem ieder jaar een nieuwe almanak te schrijven. Uiteindelijk schreef hij ruim zesduizend profetische gedichten. De schoonheid van poëzie zit hem in het feit dat het voor meerdere interpretaties vatbaar is. Zesduizend gedichtjes zijn dus op enorm veel manieren uit te leggen. En zo bleek later dat de voorspellingen van Nostradamus leken op historische gebeurtenissen. Een ware profeet dus. Enthousiastelingen gingen aan de haal met het werk van de arme Nostradamus en zo werden zijn boeken vertaald in een duidelijke boodschap: de wereld eindigt in het jaar 1999.

Wie verder zoekt, kan nog duizenden verhalen, theorieën en voorspellingen vinden. Sommige spannend, andere belachelijk. Het meest fascinerende is misschien nog wel hoe erg wij, als mensen, bezig zijn met een onvoorspelbaar einde. Zinloos? Misschien. Maar ja, als jij een spannend verhaal hoort, wil je ook weten hoe het afloopt. •

### Referenties

- New Scientist, <http://www.newscientist.com/article/dn13369>
- Planet Ark, [www.planetark.com/dailynewsstory.cfm/newsid/42387/story.htm](http://www.planetark.com/dailynewsstory.cfm/newsid/42387/story.htm)
- Guardian, [www.guardian.co.uk/science/2005/apr/14/research.science2](http://www.guardian.co.uk/science/2005/apr/14/research.science2)

# Moeizame unificaties

DOOR ROEL ANDRINGA

Ons universum bevat in totaal vier verschillende krachten, waarvan drie door het zogenaamde standaardmodel worden beschreven en een door de algemene relativiteitstheorie. Fysici zijn echter dol op unificeren, en willen maar wat graag deze twee theorieën bij elkaar schuiven. Zo zou je één ultieme theorie krijgen, die in een vlaag van bescheidenheid *Theory of Everything*, oftewel TOE, wordt genoemd.

**D**it blijkt echter bijzonder ingewikkeld te zijn. In dit artikel wordt gepoogd te laten zien waarom dit proces zo moeizaam verloopt en wat de grote struikelblokken zijn. Hiervoor worden eerst de vier krachten besproken, en daarna zal op belangrijke verschillen worden ingegaan. Het zal blijken dat ons begrip van ruimte en tijd hierin een belangrijke rol speelt.

## Ruimte en tijd

Als je een persoon met bovengemiddelde nieuwsgierigheid zou vragen wat ruimte en tijd zijn, zou je misschien het volgende antwoord krijgen:

*Neem alle materie en energie uit het universum weg. De grenzenloze regenton die je overhoudt, is dan de ruimte. In die regenton is er een uniform aanwezige klok die constant tikt. Dat is de tijd.*

Veel mensen zouden dit geen gek idee vinden. Maar fysici kijken er wel wat anders tegenaan!

## Het standaardmodel

Het standaardmodel beschrijft, kortgezegd, de atomaire wereld. Dit doet het op basis van de zogenaamde kwantumveldentheorie: de unificatie van de speciale relativiteitstheorie en de kwantummechanica. De drie krachten die in deze theorie opduiken, zijn:

- de sterke kernkracht, die ruwweg de kerndeeltjes van een atoom bij elkaar houdt,
- de zwakke kernkracht, die ruwweg voor het radioactief verval van deeltjes zorgt, en
- de elektromagnetische kracht, die interacties tussen deeltjes en elektromagnetische velden beschrijft.

De theorie is kwantummechanisch, wat wil zeggen dat de krachten discreet als een deeltjesuitwisseling worden beschreven. Verder worden zaken als licht en materie ook kwantummechanisch beschreven. De theorie houdt ook rekening met de speciale relativiteitstheorie, wat betekent dat de klassieke mechanische uitdrukkingen en noties van ruimte en tijd van Newton worden vervangen door die van Einstein. Het hele schouwspel speelt zich af in een speciaal-relativistische beschrijving van ruimte en tijd, die ook wel de Minkowski-ruimtetijd  $\eta$  wordt genoemd. Deze ruimtetijd is het vlakke podium van het hele schouwspel, en ze is vast en onveranderlijk. Je zou bijna kunnen zeggen: *God-given*, waarmee bedoeld wordt dat ze niet deelneemt aan al die spannende dynamica op atomaire schaal en dus extern moet worden toegevoegd. Uit de speciale relativiteitstheorie weten we dan hoe  $\eta$  er uitziet. Een belangrijk aspect is dat in  $\eta$  ruimte en tijd gekoppeld zijn, in tegenstelling tot wat Newton ons probeert wijs te maken.

Je kunt je nog afvragen waarom er velden worden gebruikt. Het veldenconcept blijkt nodig te zijn om de speciale relativiteitstheorie en de kwantummechanica te verenigen. Eén manier om dit in te zien is dat in de kwantummechanica deeltjes niet kunnen verdwijnen of gecreëerd kunnen worden, terwijl Einstein via  $E = mc^2$  ons probeert uit te leggen dat uit energie massieve deeltjes kunnen ontstaan en energie en massa equivalent zijn. Bovendien nemen we deze creaties en annihilaties (het proces waarbij een deeltje interactie heeft met zijn antideeltje met als gevolg volledige vernietiging van beide deeltjes) waar in verschillende processen om ons heen, dus willen we dit graag kwantummechanisch beschrijven. Via velden is dit mogelijk. De precieze aard van deze velden, in tegenstelling tot deeltjes zoals in de niet-relativistische kwantummechanica, is nogal subtiel en over de exacte semantische betekenis ervan is

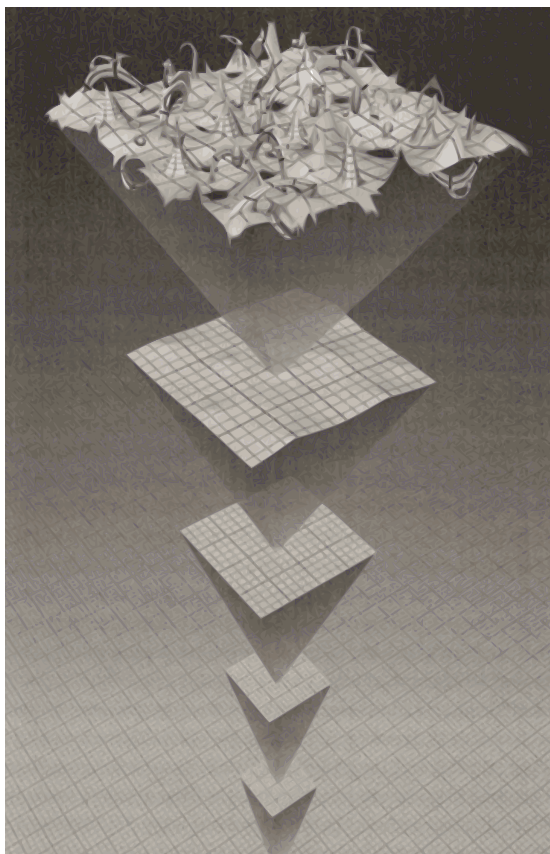
niet bepaald een consensus in de literatuur. Maar dat is voor ons niet zo belangrijk; zie deeltjes zoals elektronen, protonen enzovoort maar als een soort aangeslagen toestanden in die velden.

Wat wel belangrijk is, is dat de theorie voorspelt dat het vacuüm<sup>[1]</sup> niet zo rustig en sereen is als we altijd dachten. Wat we eerder zagen als lege ruimtetijd blijkt een zee te zijn van imaginaire deeltjes die gemaakt en weer vernietigd worden. Imaginair, in tegenstelling tot reëel, omdat alleen de effecten ervan kunnen worden gemeten, en ze niet aan de energiecondities van Einstein voldoen; ze kunnen elke mogelijke energie hebben. Dit soort deeltjes springt tevoorschijn als je interacties wilt doorrekenen in de kwantumveldentheorie, en kun je wellicht het beste zien als wiskundige hulpmiddelen. Reële deeltjes zoals in materie zijn wel direct waarneembaar en voldoen wel aan Einsteins energiecondities.

Een andere vraag is: kun je zwaartekracht zomaar negeren op atomaire schaal? Het antwoord is: ja, in de meeste gevallen wel. Dit komt omdat zwaartekracht in vergelijking met de krachten in het standaardmodel zich bijzonder zwak manifesteert. Maar voor deze zwaartekracht hebben we de volgende theorie.

## De algemene relativiteitstheorie

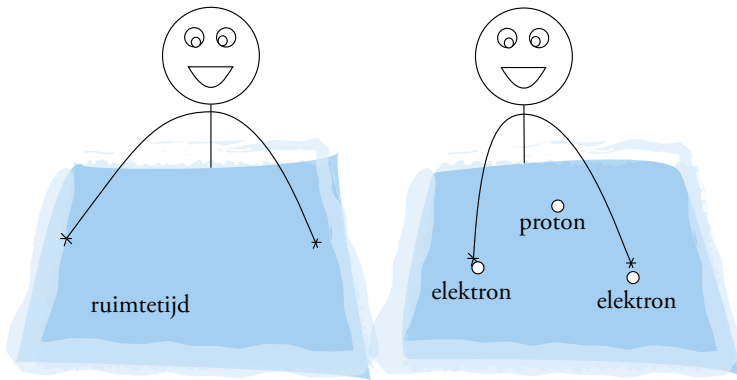
Oplettende periolezers hebben al eerder over de algemene relativiteitstheorie kunnen lezen: het raamwerk waarin zwaartekracht relativistisch wordt beschreven. Deze theorie beschrijft zwaartekracht als de geometrie van de ruimtetijd; niks deeltjesuitwisselingen of krachten! De vlakke Minkowski-ruimtetijd  $\eta$  wordt ingeruild voor een ruimtetijd  $g$  met een algemene kromming die door de energieverdeling wordt bepaald. Het enige wat deeltjes in die ruimtetijd  $g$  doen is het kortste pad in deze gekromde geometrie volgen. Dit manifesteert zich als wat Newton 'zwaartekracht'<sup>[2]</sup> noemde, en dit alles wordt beschreven door de zogenaamde Einsteinvergelijkingen. Eén axioma van de theorie is, dat de ruimtetijd zich netjes differentieerbaar laat beschrijven. Op kleine lengte- en tijdschalen is ruimtetijd volgens Einstein continu, en gebeuren er geen gekke dingen, zelfs al is de geometrie nog zo sterk gekromd. Op willekeurige kleine schaal is de ruimte-



Figuur 1. Een artistieke impressie van wat er gebeurt als je maar dicht genoeg op de ruimtetijd tuurt; ruimtetijd wordt bijzonder grillig en verliest haar gladdes structuur.<sup>[4]</sup>

tijd  $g$  als  $\eta$  te beschrijven. Je kunt dit vergelijken met een willekeurige continue functie die op kleine schaal gewoon lineair lijkt, zoals je uit een Taylorexpansie kunt opmaken, of met de aarde die op de schaal van Groningen niet bepaald gekromd lijkt. Fysici houden van continue dingen! In het bijzonder betekent een energieloze ruimtetijd een vlakke ruimtetijd op alle lengte- en tijdschalen. Dit is dan weer de eerder genoemde vlakke Minkowski-ruimtetijd: zonder energie geldt  $g = \eta$ .

Dit waren de twee pilaren van de moderne natuurkunde in het kort; er wordt nu bekeken waarom het unificeren



Figuur 2: instructieboekje voor een speciaal-relativistische kwantumveldentheorie

Stap 1. Leg de ruimtetijd  $\eta$  neer

Stap 2. Leg alle velden neer en bereken de interacties tussen de deeltjes

ervan door fysici nog lastiger wordt ervaren dan een fatsoenlijk gesprek met hun schoonmoeder. Hoewel dat natuurlijk ook iets kan zeggen over de communicatieve capaciteiten van een gemiddelde natuurkundige.

### Insinuaties betreffende kwantumfluctuaties

Het eerste probleem is vrij makkelijk in te zien. De kwantumveldentheorie zegt dat op kleine lengte- en tijdschalen het vacuüm erg rumoerig is, en er constant imaginaire deeltjes worden gemaakt en weer verdwijnen. Deze bezitten energie, en dit gemeten effect staat bekend als het Casimireffect. Echter, volgens de algemene relativiteitstheorie krommen deze energetische deeltjes de ruimtetijd, ook al zijn ze imaginair! Op grote schaal is dit niet zo belangrijk; zwaartekracht is immers erg zwak. Maar op willekeurig kleine lengte- en tijdschalen zullen die kwantumfluctuaties toch zo significant de ruimtetijd krommen, dat een vlakke beschrijving volledig tekort schiet en hier de differentieerbare, gladde structuur van de ruimtetijd zoals de algemene relativiteitstheorie aanneemt verloren gaat! Het axioma dat ruimtetijd op willekeurig kleine schaal vlak te beschrijven is stort in, en de algemene relativiteitstheorie voerspelt haar eigen ondergang. Op kleine schaal zal hier de algemene relativiteitstheorie volgens de kwantumveldentheorie dus moeten worden aangepast.

### Background independence

Een ander groot conceptueel verschil tussen het standaardmodel en de algemene relativiteitstheorie is het volgende. Het standaardmodel speelt zich af op de Minkowski-ruimtetijd  $\eta$ ; zwaartekracht wordt immers genegeerd. Je kunt je bijna voorstellen dat je deze vlakke ruimtetijd van buitenaf neerplemt, en dan fijn al je

elektronen, protonen, fotonen en wat er nog niet in zit erin zet, de krachten introduceert en dan gaat kijken wat er gebeurt.

Hoe anders is dit in de algemene relativiteitstheorie! Daarin is het onmogelijk om van tevoren de ruimtetijd te bepalen en daarna de interacties. De ruimtetijd wordt juist bepaald door alles wat zich in die ruimtetijd bevindt en de ruimtetijd neemt actief deel aan de verschillende interacties. Je moet tegelijkertijd voor je materievelden, krachtvelden en de ruimtetijd de bewegingsvergelijkingen oplossen, omdat alles gekoppeld is aan zwaartekracht: energie en massa zijn altijd positief, in tegenstelling tot bijvoorbeeld elektrische ladingen. Iets kan prima elektrisch neutraal zijn en dus ongevoelig zijn voor elektromagnetische velden. Er is echter geen ontsnappen aan zwaartekracht!

Dit principe noemt men background independence, oftewel achtergrondsonafhankelijkheid: er is geen externe, a priori ruimtetijdachtergrond, maar deze moet je expliciet oplossen uit je vergelijkingen. Het toneel komt niet gratis, in tegenstelling tot het standaardmodel waarbij het toneel gratis en nog vóór het schouwspel wordt geleverd. Conceptueel is dit natuurlijk een enorm verschil met het standaardmodel, en volgens sommigen is dit misschien wel de belangrijkste boodschap uit de algemene relativiteitstheorie: ruimtetijd krijgt pas betekenis bij de beschrijving van materie en energie, en staat daar zeker niet los van zoals de naïeve beschrijving in het begin van dit artikel impliceert.

### Kwantisatie van zwaartekracht: gravitonen

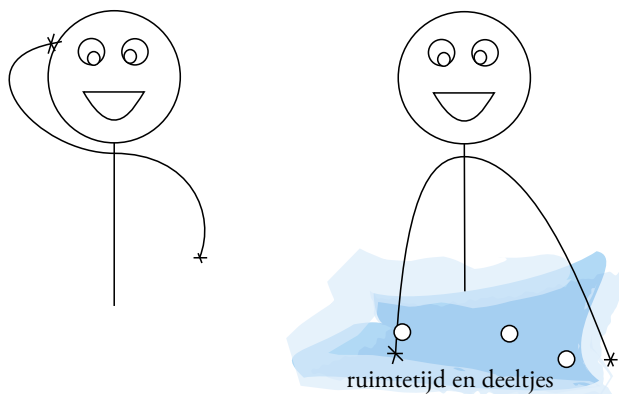
Ondanks deze conceptuele problemen heeft men toch geprobeerd om zwaartekracht te kwantiseren. Dit



Figuur 3: instructieboekje voor een algemeen-relativistische veldentheorie

Stap 1: Bedenk welke velden je allemaal hebt

Stap 2: Bereken alle interacties en de resulterende ruimtetijd  $g$



betekent dat je zwaartekracht gaat zien als een discrete deeltjesuitwisseling tussen energiebronnen zoals in de kwantumveldentheorie. Zo'n kwantum van zwaartekracht noem je dan een graviton. Het subtiele is dat gravitonen zelf ook energie bezitten, en dus ook weer met elkaar interacteren. Dit uit zich in het niet-lineair zijn van de Einsteinvergelijkingen die het zwaartekrachtsveld beschrijven.

Een dergelijk kwantisatieproces blijkt je alleen fatsoenlijk te kunnen doen door deze zelfinteracties te verwaarlozen. Dit betekent dat je alleen zwakke energiebronnen bekijkt, waardoor de bewegingsvergelijkingen van het zwaartekrachtsveld lineair worden; anders komt er steevast oneindig uit je berekeningen. En oneindigheden duiden in de fysica vaak op het feit dat je je theorie niet goed begrijpt. Echter, dit kwantiseren doe je door de zwak gekromde ruimtetijd te bekijken ten opzichte van de Minkowski-ruimtetijd<sup>[3]</sup>  $\eta$ , en daarvoor moet je  $\eta$  wel weer als vaste achtergrond introduceren. Je theorie wordt dus weer achtergrondafhankelijk! Ook ben je hier niet alleen een 'kracht' aan het kwantiseren, maar in feite de ruimtetijd zelf. Hiermee krijgt, naast materie en licht, ruimtetijd ook een discreet karakter.

Dit is ruwweg de aanpak die je in de snaartheorie, één bepaalde poging tot een TOE, hanteert. In de snaartheorie unificeer je door te stellen dat deeltjes, krachten en zelfs ruimtetijd manifestaties zijn van trillingen van snaren. Alles zou dan de manifestatie van één en hetzelfde object zijn; de natte droom van elke fysicus. Merk op dat het graviton hier een dubbele rol speelt: het is zowel een trillingstoestand van snaren, als het kwantum van de ruimtetijd waardoor snaren zich bewegen. De hoop onder snaartheoretici is dat men ooit een achtergrondsonafhankelijke beschrijving van snaar-

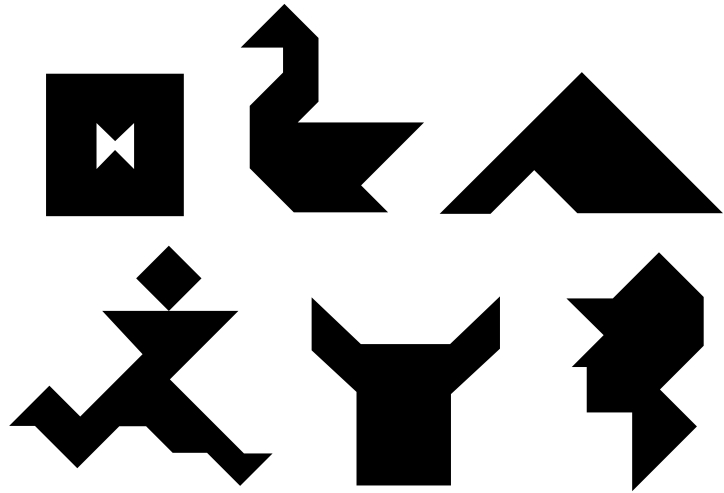
theorie kan krijgen, maar gek genoeg wordt hier niet bijzonder veel aandacht aan besteed in vergelijking met de relevantie van het onderwerp (naar de bescheiden mening van de auteur).

## Conclusies

We hebben gezien dat door de verschillende rollen van ruimtetijd in de algemene relativiteitstheorie en het standaardmodel de twee theorieën erg lastig te unificeren zijn. Belangrijke issues zijn het feit dat het standaardmodel stelt dat het vacuüm erg rusteloos is op kleine schaal, wat volgens de algemene relativiteitstheorie zou impliceren dat ruimtetijd hier haar gladde structuur verliest. Daardoor is de algemene relativiteitstheorie zelf niet meer geldig. Ook zagen we dat in het standaardmodel de ruimtetijd extern moet worden toegevoegd en gegeven wordt door de speciale relativiteitstheorie, terwijl ruimtetijd in de algemene relativiteitstheorie juist een dynamisch veld is wat je moet zien op te lossen! De sleutel in deze unificatie ligt waarschijnlijk in een beter begrip van wat ruimte en tijd nou precies zijn. Maar het is niet overdreven om te stellen dat de fysica al een behoorlijk eind op weg is. Het enige wat we nodig hebben is meer ruimte en tijd. En wellicht geld. •

## Referenties:

1. L. Smolin, *The case for background independence*, arXiv:hep-th/0507235
  2. Green, Schwartz, Witten, *Superstring theory 1*
  3. O. Pooley, *Background independence: what's so special about GR?*
  4. B. Greene, *The elegant universe*
  5. T. Ortin, *Gravity and strings*
  6. J. Norton, *General covariance and the foundations of general relativity*
- De auteur bedankt Diederik Roest en Jan Willem Miel voor de interessante discussie en inspiratie omtrent het schrijven van dit artikel.



# hier ligt een uitdaging!

Technolution daagt je uit deze figuren te maken met het tangramspel op  
**[www.technolution.nl/uitdaging](http://www.technolution.nl/uitdaging)**

Wil jij elke dag uitgedaagd worden, kom dan bij Technolution werken. Technolution is een innovatief projectbureau in de technische automatisering. Wij ontwikkelen sinds 1987 software-, programmeerbare logica en elektronicaoplossingen voor o.a. intelligente verkeerssystemen, medische systemen, betaal- en meetsystemen. Kijk voor meer informatie op onze site.

# Tentamendoping

DOOR WILLEM HENDRIKS

Iedere student beleeft het maken van een tentamen anders. Je kijkt vast wel eens wat rond tijdens je tentamen en dan valt het je misschien wel op dat sommige studenten de hele

tafel vol met eten en drinken hebben staan. Die

personen maken het tentamen lekker relaxt, met bijvoorbeeld chocolade erbij. Zelf ben ik niet zo relaxt, meestal zit ik gespannen mijn tentamen te maken.

**T**entamens maken is iets wat je niet leert. Je moet zelf uitzoeken wat het beste voor jou werkt. Dit artikel is geen beschrijving van hoe je het beste je tentamen kunt maken, maar geeft wel wat tips over wat je beter wel en niet kunt eten en drinken. Meisjes zie je vaak met een flesje water op hun tafel. Jongens zijn meer van de koffie. Fruit is wat minder populair, maar wordt ook wel eens gegeten. Alles wat je eet en drinkt heeft invloed op je lichaam, hoe jij je voelt, en dus op je prestaties. Weet je eigenlijk wel wat al dat eten met je doet? De perioredactie zoekt het voor je uit en test de middelen zelfs voor je!

De tests zijn simpel. We maken sudoku's en meten de tijd in seconden. De sudoku's komen van websudoku.com, en hebben allemaal dezelfde moeilijkheidsgraad. Het tijdsverschil met de neutrale tijdmeting geeft aan in hoeverre het middel werkt. Geen statistische significantie, geen goede testomgeving, slechts een leuk simpel onderzoekje, meer is het niet. Neem de resultaten dus niet te serieus!

We testen bananen, koffie, thee, chocola, kauwgom en flesjes water voor je. Maar ook bètablokkers en Ritalin.

De laatste twee geneesmiddelen stonden vorig jaar nog in de krant. De academici in Amerika zouden het veelvuldig gebruiken om extra scherp te zijn.

## Bananen

Bananen bevatten naast veel goede vitaminen en mineralen ook tryptofaan, de basis voor serotonine, het hormoon dat ervoor zorgt dat je je goed voelt. Belangrijk dus voor tijdens je tentamen. Verder kunnen bananen ook helpen tegen brandend maagzuur én voor sommige mensen zeggen zelfs tegen ochtendmisselijkheid. De praktijk is anders, de sudoku werd 174 seconden later opgelost.

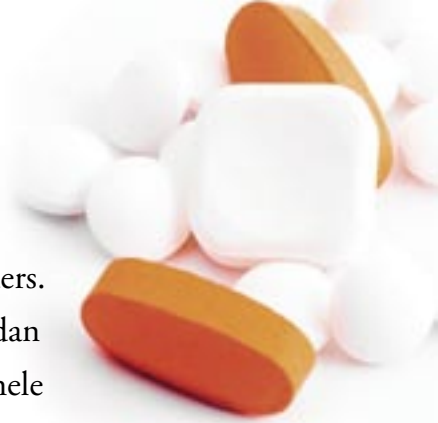
+174

## Koffie

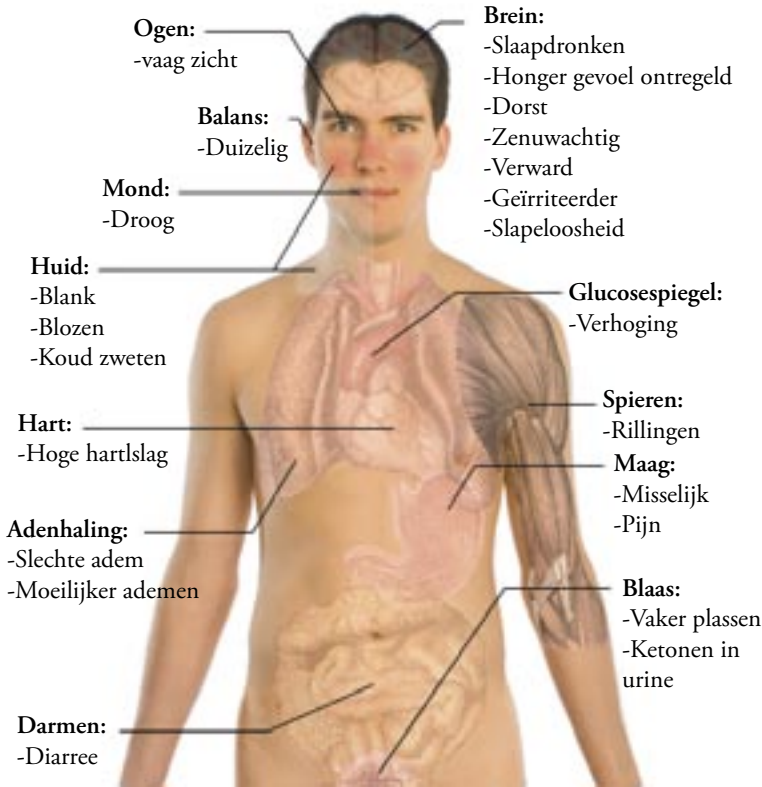
Cafeïne en bèta's zijn goede vrienden. Op grote hoeveelheden koffie kan je lichaam echter raar reageren. Bekijk het plaatje met bijwerkingen maar eens op de volgende pagina, herken je er een paar?

Maar deze bijwerkingen zijn slechts een kleine prijs om je alert te voelen en de ochtend sufheid weg te drinken. Je gaat er namelijk beter van presteren.

-13



## Bijwerkingen Caffeïne



Is het echt zo bijzonder? Nee, je wordt er een beetje hyper van, dat is alles. De sudoku maken ging wel sneller, maar je voelt je niet comfortabel, iets wat tijdens een echt tentamen wel belangrijk is.

**-89**

## Bètablokker

Als je last hebt van een snelle ademhaling, een snelle hartslag en een zenuwachtig lichaam, dan kun je een bètablokker slikken. Je hartslag wordt wat rustiger en je lichaam gedraagt zich als in rusttoestand. Topviolisten gebruiken het om geen lichamelijke zenuwachtigheid te hebben tijdens een belangrijk optreden, sommige

## Thee

Thee bevat ook cafeïne, maar theedrinkers noemen het anders; theïne. Gemiddeld genomen bevat een kopje thee wel minder cafeïne dan een bakje koffie, maar de effecten zijn gewoon hetzelfde.

**-7**

## Ritalin

Vorig jaar stond het groot in het tijdschrift Nature, en recent in de UK (16 april). Ritalin zou het middel zijn om je concentratie, geheugen en leervermogen te verhogen. Amerikaanse academici zouden Ritalin gebruiken om geconcentreerder te kunnen werken, studenten in Nederland om beter te studeren en hogere cijfers te halen op tentamens. In de UK wordt er groots over gesproken, twee studenten vertellen hoe goed het middel werkt.

presentatoren gebruiken het om een rustigere stem en lichaam te krijgen. Moet je dat nou nemen op je tentamen? Nee! Tenzij je lichaam zo zenuwachtig is dat het een belemmering wordt om rustig na te kunnen denken.

**+13**

## Kauwgom

Kauwgom kauwen verhoogt je concentratie en cognitieve prestaties, staat op internet in uiteenlopende theorieën. Dat komt doordat je bezig bent je kaken te bewegen en daardoor

# Academici

## aan pe

Rotterdam, 10 ap

mogelijk een nie

Pillen die het geh

onder wetenschap

zoekers slikt wel

tratie verbeteren.

Tenminste, dat is

van het wetensch

De helft van de

pepmedicijnen o

duidelijk is dat

gebruik. Een kw

je hersens actief zijn, of doordat er meer bloed naar je hersens stroomt doordat je kaakspieren zich inspannen.

Er zijn serieuzere onderzoeken bekend waarbij het effect van kauwgom kauwen daadwerkelijk is aangetoond. Maar zelfs in onze grove test kwam het positieve effect al naar boven! Topmiddel!

-137

Flesje water, met drinken

Water drinken gebeurt veel tijdens tentamens. Je gaat er niet beter van presteren, tenminste, als je ervan drinkt. Onze tip is, zet het flesje water naast je neer, maar blijf er alsjeblieft vanaf. Je presteert net even wat beter met wat water naast je, zolang je er niet van drinkt. De verklaring hiervoor hebben we niet kunnen vinden.

+123



Flesje water, zonder drinken

-7

Chocolade

Het zou een hoop goeds moeten doen, maar we raden je aan om geen chocolade te eten tijdens je tentamen. Prestaties verminderen drastisch!

+83

Conclusie

Koffie moet je alleen nemen als je er aan verslaafd bent, want je prestaties worden er niet echt beter van. Kauwgom springt er tijdens de test echt bovenuit. Het is lekker goedkoop, het heeft geen nare effecten op je lichaam, maar je presteert een stuk beter! Onze tip is dan ook, ga lekker kauwgom kauwen tijdens het leren en tijdens het maken van je tentamen. •

**Academici verslaafd**

**op** nrc, wetenschap, 2008

April - De verslavingszorg krijgt er een nieuwe klantenkring bij: academici. Studenten die te veel koffie oppeppen, zijn erg populair onder de docenten. Mogelijk één op de vijf onderzocht eens medicijnen die de concentratie versterken, of die de vermoeidheid verjagen. De uitkomst van een online-enquête is te vinden in het populaire tijdschrift Nature.

De onderzoekers krijgen hun advies op doktersrecept, ook al ontbreekt er geen medische noodzaak voor het gebruik van de respondenten zegt dag-

# Omgevingen van $\mathbb{Q}$

DOOR MONIQUE VAN BEEK

Als we het hebben over interessante verzamelingen in de reële getallen ( $\mathbb{R}$ ), denk je niet snel aan de verzameling van rationale getallen  $\mathbb{Q}$ . Dit is onterecht, zoals wij later zullen zien.

Stel dat we een omgeving van  $\mathbb{Q}$  nodig hebben. Hoe ziet zo'n verzameling er dan uit? Je zou misschien verwachten dat dit een zeer simpele vraag is met een zeer simpel antwoord, namelijk, dat de enige omgeving van  $\mathbb{Q}$  de verzameling  $\mathbb{R}$  is. Of dit ook echt zo is, is de vraag waarmee we de rest van dit artikel bezig zullen zijn.

**V**an nu af aan beschouwen we niet meer de volledige reële lijn  $\mathbb{R}$ , doch slechts het gesloten interval  $[0, 1]$ . Met ' $\mathbb{Q}$ ' bedoelen we nu louter de rationale getallen tussen 0 en 1. Dit versimpelt het probleem niet, alleen de notatie wordt gemakkelijker.

## Hoe 'groot' is $\mathbb{Q}$ ?

De enige reden die er is om te denken dat de enige omgeving van  $\mathbb{Q}$  in het interval  $[0, 1]$  het volledige interval is, is dat  $\mathbb{Q}$  zo'n grote verzameling zou zijn dat het niet mogelijk is om een geschikte omgeving te vinden die ingeklemd zit tussen  $\mathbb{Q}$  en  $[0, 1]$ . Dit zou een intuïtief gevoel kunnen zijn, gebaseerd op het feit dat  $\mathbb{Q}$  dicht ligt in  $[0, 1]$ .

Definitie: een deelverzameling  $A \subset [0, 1]$  noemen we dicht in dat interval als het een niet-lege doorsnijding heeft met elk open deelinterval van  $[0, 1]$ .

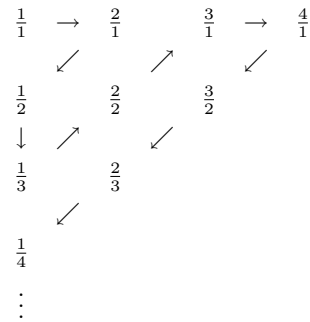
In elk deelinterval van  $[0, 1]$  ligt een rationaal getal (sterker nog: oneindig veel rationale getallen) dus  $\mathbb{Q}$  ligt dicht in  $[0, 1]$ . Dit maakt  $\mathbb{Q}$  echter nog geen 'grote' verzameling.

Ten eerste, het is gemakkelijk om aan te tonen dat  $\mathbb{Q}$  aftelbaar is. Om dit te doen moeten we aantonen dat het mogelijk is om  $\mathbb{Q}$  als een (oneindige) lijst te schrijven waar elk element van  $\mathbb{Q}$  in voorkomt. Om dit te doen, maken we gebruik van Cantors eerste diagonaalprocedure.

Eerst stellen we een tabel op waar alle rationale getallen in voorkomen.

	1	2	3	4	5
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$
4	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$
5	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$

Hierin komen alle mogelijke rationale getallen voor (ook die buiten het interval  $[0, 1]$ ). Met behulp van deze tabel kunnen we dan een lijst maken van alle rationale getallen:



We beginnen bij  $\frac{1}{1}$  en volgen de pijlen om het volgende element in de lijst te vinden. Elementen die we al een keer tegen zijn gekomen, negeren we. Dit levert ons de volgende lijst op:

$$\left\{ 1, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 3, 4, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \dots \right\}$$

$\mathbb{Q}$  is dus aftelbaar. Dit is al een eerste indicatie dat het niet zo'n grote verzameling is als we zouden denken. Om een idee te krijgen van hoe piepklein  $\mathbb{Q}$  wel niet is

als deelverzameling van  $\mathbb{R}$ , moeten we nu gaan kijken naar de Lebesguemaat.

## De Lebesguemaat

Het idee van de Lebesguemaat is als volgt: we nemen een verzameling  $A$  in het interval  $[0, 1]$ . We schuiven alle punten bij elkaar in een interval en leggen het naast een meetlat. De lengte hiervan levert ons dan de Lebesguemaat van de verzameling  $A$ . De Lebesguemaat van een verzameling bestaande uit een collectie intervallen is bijvoorbeeld de som van de lengtes van de intervallen.

Nu willen we de Lebesguemaat berekenen van een verzameling die niet bestaat uit een collectie intervallen. Wat we doen is, we overdekken de verzameling met een aantal intervallen en gaan hem dan zo goed mogelijk benaderen. Dit proces zullen we samenvatten in een formele definitie:

De Lebesguemaat  $\lambda$  van een deelverzameling  $A \subset [0, 1]$  is gedefinieerd als

$$\lambda(A) := \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} |I_i| : A \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} I_i \right\}$$

waar  $I_i$  open, half-open of gesloten intervallen zijn, en  $|I_i|$  de lengte van het interval  $I_i$  betekent. Met deze definitie gaan we nu de Lebesguemaat van  $\mathbb{Q}$  berekenen. Merk op dat deze methode ook zou werken voor elke andere aftelbare verzameling, niet alleen voor  $\mathbb{Q}$ .

Laat  $\mathbb{Q} = \{q_1, q_2, q_3, \dots\}$ , waar we deze lijst verkrijgen bijvoorbeeld met behulp van Cantors eerste diagonaalprocedure. Merk op dat we hier kijken naar  $\mathbb{Q}$  als deelverzameling van  $[0, 1]$ , dus de methode die we gezien hebben, moet iets aangepast worden.

Om elk rationeel getal  $q_i$  plaatsen we nu een klein interval  $(q_i - \frac{\varepsilon}{2^i}, q_i + \frac{\varepsilon}{2^i})$ , met  $\varepsilon > 0$ . Nu zien we:

$$\begin{aligned} \lambda(\mathbb{Q}) &\leq \lambda \left( \bigcup_{i=1}^{\infty} \left( q_i - \frac{\varepsilon}{2^i}, q_i + \frac{\varepsilon}{2^i} \right) \right) \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\varepsilon}{2^i} = 2\varepsilon \end{aligned}$$

We laten nu  $\varepsilon$  dalen naar 0 om onze collectie intervallen  $\mathbb{Q}$  steeds beter te laten benaderen. We zien dus dat  $\lambda(\mathbb{Q}) \leq 2\varepsilon \rightarrow 0$ . Dus  $\mathbb{Q}$  heeft Lebesguemaat 0 in het interval  $[0, 1]$ . Het interval zelf heeft natuurlijk Lebesguemaat 1. Nu, dit is een behoorlijk verschil, en het begint al behoorlijk vreemd te lijken dat er hier tusschen niets zou liggen dat als omgeving van  $\mathbb{Q}$  zou kunnen functioneren.

## De ontknoping

Nu gaan we datgene doen waar het allemaal om draait: we construeren een omgeving van  $\mathbb{Q}$ . Stel we hebben een geordende lijst gemaakt van de rationale getallen:

$$\mathbb{Q} = \{q_1, q_2, q_3, \dots\}$$

Kies  $j \in \mathbb{N}$ . Dan kunnen we om elk element  $q_i$  een klein intervalletje leggen:

$$I_{ij} = \left( q_i - \frac{1}{2^{1+i+j}}, q_i + \frac{1}{2^{1+i+j}} \right)$$

De vereniging van al deze open intervallen bevat een omgeving van  $\mathbb{Q}$

$$G_j = \bigcup_{i=1}^{\infty} I_{ij}$$

Dus voor elke  $j \in \mathbb{N}$  die we konden kiezen, kunnen we een omgeving van  $\mathbb{Q}$  construeren. Van de verzameling  $G_j$  gaan we nu de Lebesguemaat berekenen. Als het zo is dat  $\mathbb{Q}$  maar één omgeving heeft in  $[0, 1]$ , dan moet  $G_j$  dus gelijk zijn aan  $[0, 1]$  en maat 1 hebben.

$$\begin{aligned} \lambda(G_j) &= \sum_{i=1}^{\infty} |I_{ij}| \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{2^{1+i+j}} \\ &= \frac{1}{2^j} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2^i} = \frac{1}{2^j} \end{aligned}$$

De  $j$  konden we vrij kiezen in  $\mathbb{N}$ . We zien dus dat we een omgeving van  $\mathbb{Q}$  kunnen construeren van willekeurige maat. Er zijn behalve  $\mathbb{R}$  dus oneindig veel verschillende omgevingen van  $\mathbb{Q}$ . •

**BEN JIJ DE  
SUPERHELD  
DIE WIJ  
ZOEKEN?**

**Agile development,  
architecture & troubleshooting**

**[www.eyetoeye.nl](http://www.eyetoeye.nl)**

- **Nuchter vakmanschap**
- **Creatieve oplossingen**
- **Korte lijnen, informeel**
- **Passie en betrokkenheid**

Rozenburglaan 9  
9727 DL Groningen

T (050) 317 66 77

E [info@eyetoeye.nl](mailto:info@eyetoeye.nl)



**EyeToEye  
Informatica**



# Ramseytheorie

DOOR KIM VAN OOST

Stel je zet vijf mensen bij elkaar, dan weet je dat tenminste drie van hen hetzelfde geslacht hebben. Wanneer je naar een groep van 367 mensen kijkt, zijn er minstens twee op dezelfde dag jarig (als je 29 februari meetelt). Wie een beetje wiskundig aangelegd is, weet dat wanneer je dertien reële getallen uit het interval  $(-1/2 \pi, 1/2 \pi)$  kiest, er twee getallen zullen zijn die minder dan  $1/12 \pi$  verschillen.

**A**ls dit soort voorbeeldjes je een beetje aanspreken, moet je snel verder lezen! Je toont namelijk een zekere interesse in de combinatoriek en wel in een speciale tak hiervan, de Ramseytheorie. In dit artikel kijken we wat de deze theorie zegt en naar een verdere uitwerking hiervan.

## Het klassieke feestjesprobleem

Een klassiek Ramseyprobleem is het zogenaamde feestjesprobleem. Dit probleem luidt als volgt:

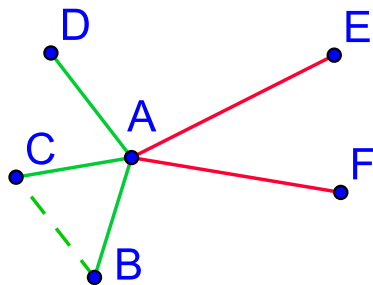
*Uit hoeveel mensen moet een gezelschap minstens bestaan om zeker te weten dat ofwel drie mensen elkaar allemaal kennen, ofwel drie mensen elkaar allemaal niet kennen?*

Hierbij geldt dat elkaar kennen betekent dat als persoon A persoon B kent, dan kent B ook A. Er geldt echter niet dat als persoon A persoon B kent en B kent C, dat A dan ook C kent. Ook jezelf kennen telt in dit geval niet mee.

A wel kennen	A niet kennen
3+2	0
3+1	1
3	2
2	3
1	3+1
0	3+2

Tabel 1. Er zijn altijd ofwel drie personen die persoon A wel kennen, ofwel drie die hem niet kennen.

Figuur 1



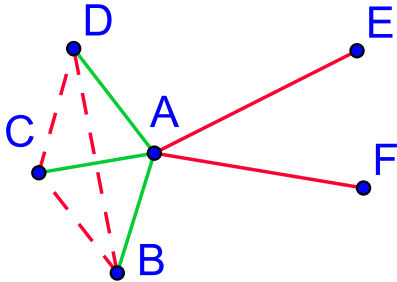
Het antwoord op dit probleem is zes. Je weet sowieso van elk tweetal aanwezigen of ze elkaar kennen of niet. Noem de zes personen in kwestie voor het gemak personen A, B, C, D, E en F. Kies één aanwezige uit, bijvoorbeeld A, en verdeel de overige vijf personen in twee groepen, degene die persoon A wel kent en de rest. Omdat er nog vijf personen over zijn, weet je dat A ofwel tenminste drie personen kent, ofwel minstens drie personen niet kent, zie tabel 1.

In het geval dat persoon A tenminste drie anderen wel kent, bijvoorbeeld B, C en D, dan kan het zo zijn dat twee van deze drie elkaar ook kennen, bijvoorbeeld B en C. Dan vormen B en C samen met A het groepje van drie personen die elkaar allemaal kennen. Zie figuur 1.

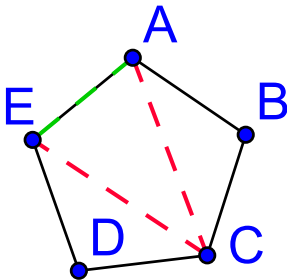
Als van B, C en D niemand elkaar kent, dan vormen zij juist het groepje van drie die elkaar allemaal niet kennen. Zie figuur 2.

Het geval dat persoon A tenminste drie anderen niet kent, gaat op ongeveer dezelfde manier.

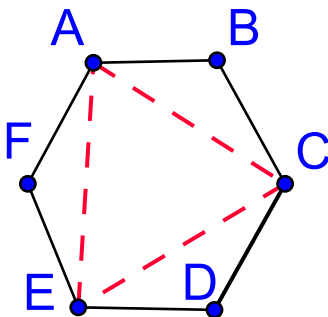
Figuur 2



Figuur 3



Figuur 4



We weten nu dat zes mensen genoeg zijn. Maar er moet nog wel worden nagegaan dat vijf personen te weinig zijn. Hiervoor kijken we naar een tegenvoorbeeld. Stel A kent B, B kent C, C kent D, D kent E, E kent A en verder kennen ze elkaar allemaal niet, zie figuur 3. Je ziet hier, dat welk drietal je nu ook kiest, er zijn er sowieso altijd twee bij die elkaar wel kennen en twee die elkaar niet kennen. Hierdoor zijn vijf personen te weinig.

Nu kunnen we natuurlijk nog even nakijken of dit niet ook voor zes man opgaat. Stel A kent B, B kent C, C kent D, D kent E, E kent F, F kent A en verder kennen ze elkaar niet. Net als bij vijf personen kun je geen drietal vinden waarbij iedereen elkaar kent, maar je kunt hier wel een drietal vinden, waarbij niemand een ander kent, zie figuur 4. Neem bijvoorbeeld A, C en E. Die kennen elkaar allemaal niet. Zes personen zijn dus precies genoeg!

### Een groter feest

Laten we nu eens gaan kijken naar een feestje waarbij minstens vier mensen elkaar kennen of minstens drie mensen elkaar niet kennen. Hoeveel mensen moeten er op dit feestje zijn?

Je neemt op deze bijeenkomst weer één persoon apart, bijvoorbeeld Henk. De rest van de mensen wordt weer verdeeld in twee groepen, mensen die Henk wel kennen en mensen die Henk niet kennen. Bekijk nu de volgende twee gunstige situaties waarin minstens vier mensen elkaar kennen of minstens drie mensen elkaar niet kennen.

**Situatie 1.** Er zijn zes mensen die Henk kennen. In deze groep van zes mensen zijn er sowieso drie die elkaar kennen of drie die elkaar niet kennen. Je hebt nu twee mogelijkheden.

1. Als drie van deze zes mensen elkaar niet kennen, dan is dat het groepje van drie mensen die elkaar allemaal niet kennen en zijn we klaar.

2. Als er in deze groep drie mensen zijn die elkaar wel kennen, zijn ze samen met Henk de groep van vier mensen die elkaar allemaal kennen.

**Situatie 2.** Er zijn vier mensen die Henk niet kennen. Er zijn weer twee mogelijkheden:

1. Deze vier kennen elkaar allemaal; dan is dit de groep van vier mensen die elkaar allemaal kennen.

2. Er zijn twee mensen in deze groep die elkaar niet kennen en samen met Henk vormen zij de groep van drie mensen die elkaar allemaal niet kennen.

Hieruit kun je opmaken dat negen andere mensen voldoende is. Tel Henk erbij op en je zit op tien mensen. Hoe we hierop komen, zal nu worden uitgelegd.

Van deze tien mensen nam je één apart, Henk. Je houdt nog negen mensen over. Ofwel situatie 1 ofwel situatie 2 moet nu gelden. Het eerste geval, waarbij Henk minstens zes mensen wel kent, is uitgewerkt in tabel 2. Het tweede, waar Henk er vier of meer niet kent, in tabel 3. Zo zie je dat je aan Henk en negen andere mensen dus genoeg hebt!

### De stelling van Ramsey

De stelling van Ramsey is genoemd naar Frank Plumpton Ramsey die leefde van 1903 tot 1930. Deze stelling luidt als volgt:

*Gegeven twee getallen  $j$  en  $k$  bestaat er een getal  $N$  zó dat op een feestje met  $N$  personen er zeker  $j$  mensen zijn die elkaar niet kennen of  $k$  mensen die elkaar juist wel kennen.*

Het Ramseygetal  $R(j, k)$  is het kleinste aantal mensen ( $N$ ) dat voldoende hiervoor is.

Wel kennen	Niet kennen
6+3	0
6+2	1
6+1	2
6	3

Tabel 2. Henk kent minstens zes mensen wel (situatie 1)

Wel kennen	Niet kennen
5	4
4	4+1
3	4+2
2	4+3
1	4+4
0	4+5

Tabel 3. Henk kent minstens vier mensen niet (situatie 2)

We denken weer even terug aan het feestje waar werd gevraagd: Uit hoeveel mensen moet een gezelschap minstens bestaan om zeker te weten dat ofwel drie mensen elkaar allemaal kennen, ofwel drie mensen elkaar allemaal niet kennen? Hier was het antwoord zes. Notatie:  $R(3, 3) = 6$ .

### Het bewijs

Om de stelling van Ramsey te bewijzen, kunnen we nu gaan aantonen dat zo'n getal  $R(j, k)$  bestaat. Hiervoor gaan we bovengrenzen afleiden, zodat je erop uitkomt dat  $R(j, k)$  kleiner of gelijk aan iets is en dus bestaat. Ook weet je dat  $R(j, k) = R(k, j)$  als je "het wel hebben van een bepaalde eigenschap" en "het niet hebben van een bepaalde eigenschap" omdraait. Verder geldt dat:  $R(j, 2) = j$  want in een groep van  $j$  mensen kent iedereen elkaar of twee mensen kennen elkaar niet. En  $R(j, 1) = 1$ , omdat zoals al eerder gezegd is, jezelf kennen niet meetelt. Dus dan moet het gezelschap wel uit maar één persoon bestaan. De redenering voor  $R(3, 3) \leq 6$  kunnen we gebruiken om het volgende aan te tonen:

$$R(j, k) \leq R(j, k-1) + R(j-1, k) \quad (1)$$

Stel je hebt een gezelschap van  $R(j, k-1) + R(j-1, k)$  mensen bij elkaar. Als we nu weer één persoon apart zetten, bijvoorbeeld Clarianne, en de rest weer in twee groepen verdelen, het aantal mensen  $w$  dat Clarianne wel kent en het aantal mensen  $n$  dat ze niet kent. Dan weet je dat geldt:

$$w + n = R(j, k-1) + R(j-1, k) - 1$$

In dit geval kan niet tegelijk voorkomen dat zowel  $w < R(j, k - 1)$  als  $n < R(j - 1, k)$  want dan krijgen we namelijk dat geldt:

$$w \leq R(j, k - 1) - 1 \quad \text{en} \quad n \leq R(j - 1, k) - 1 \\ w + n \leq R(j, k - 1) + R(j - 1, k) - 2$$

Hieruit zou volgen dat  $w + n < R(j, k - 1) + R(j - 1, k) - 1$ , wat in tegenspraak is met (1).

Je kunt dus twee gevallen onderscheiden,  $w < R(j, k - 1)$  of  $n < R(j - 1, k)$ . Stel  $n < R(j - 1, k)$  dan weet je dat  $w \geq R(j, k - 1)$ , omdat  $w < R(j, k - 1)$  niet tegelijk met  $n < R(j - 1, k)$  mag voorkomen. We zullen deze gevallen apart behandelen.

1.  $w \geq R(j, k - 1)$ .  $w$  is het aantal mensen dat Clarianne wel kent. Onder deze groep  $w$  bevinden zich  $j$  mensen die elkaar niet kennen en  $k - 1$  mensen die elkaar wel kennen. Samen met Clarianne vormen zij dus  $k$  mensen die elkaar allemaal kennen.

Daarom geldt  $w + 1 \geq R(j, k)$ . In dit geval geldt dus dat  $R(j, k - 1) + 1 = R(j, k)$ , en omdat altijd  $1 \leq R(j - 1, k)$ , geldt dat

$$R(j, k) \leq R(j, k - 1) + R(j - 1, k).$$

2.  $n \geq R(j - 1, k)$ .  $n$  is het aantal mensen dat Clarianne niet kent. Onder deze groep  $n$  bevinden zich  $k$  mensen die elkaar allemaal kennen en  $j - 1$  mensen die elkaar allemaal niet kennen. Samen met Clarianne vormen deze  $j - 1$  mensen dus de groep van  $j$  mensen die elkaar allemaal niet kennen.

Daarom geldt ook  $n + 1 \geq R(j, k)$ . In dit geval geldt dus dat  $R(j - 1, k) + 1 = R(j, k)$ , en

$$R(j, k) \leq R(j, k - 1) + R(j - 1, k)$$

En dat wilden we aantonen!

Nu kun je het geval van  $R(3, 3) = 6$  ook m.b.v. vergelijking 1 oplossen.

$$R(3, 3) \leq R(3, 2) + R(2, 3) \leq 3 + 3 = 6$$

Ook ons andere probleem over vier mensen die elkaar wel kennen en drie mensen die elkaar niet kennen, kan op deze manier begrensd worden.

$$R(3, 4) \leq R(3, 3) + R(2, 4) \leq 6 + 4 = 10$$

En als je nu wilt weten hoe groot een gezelschap moet zijn, waarbij minstens vier mensen elkaar niet kennen of vier mensen elkaar juist wel kennen, kun je ook een bovengrens berekenen.

$$R(4, 4) \leq R(4, 3) + R(3, 4) \leq 9 + 9 = 18$$

## Toepassingen

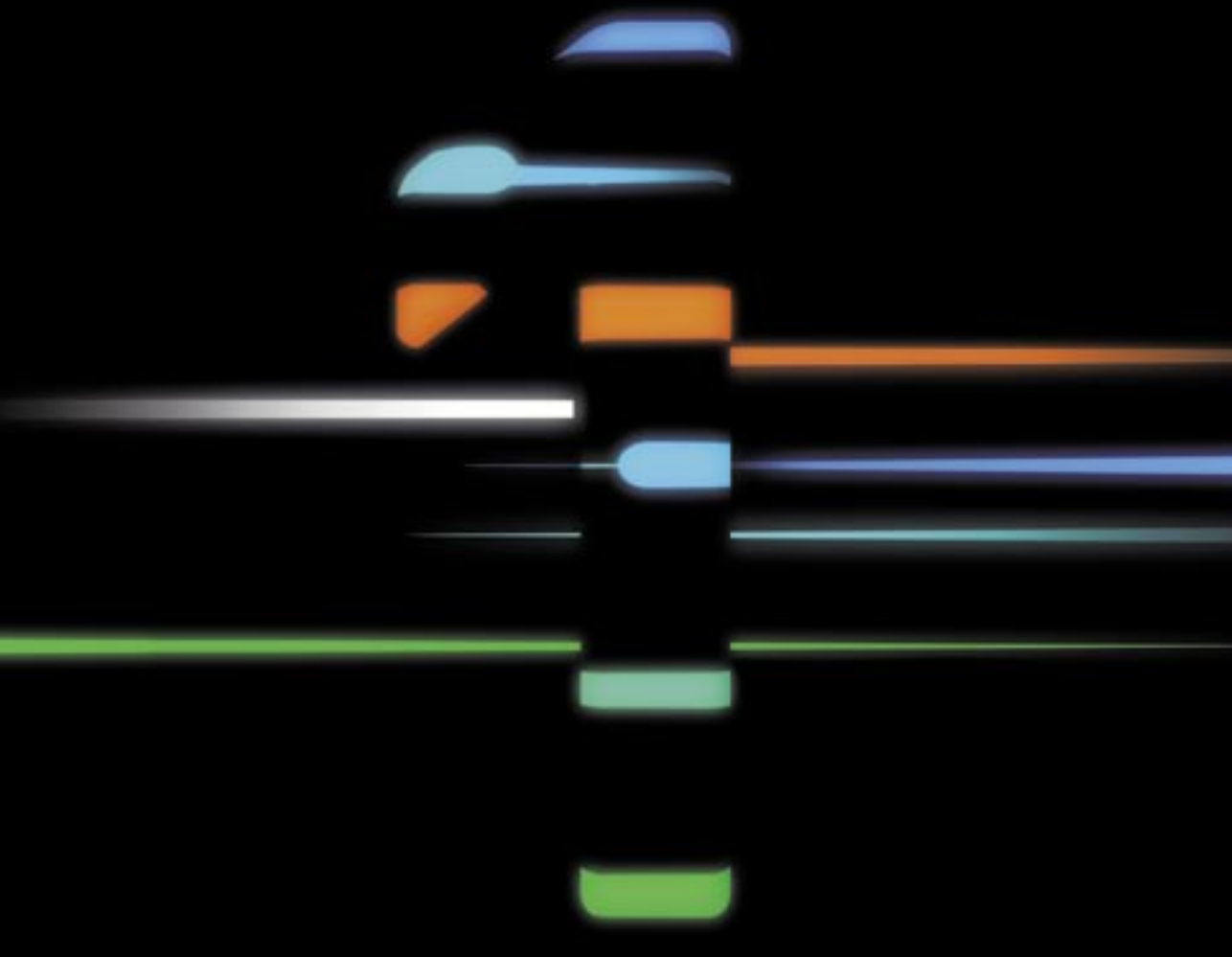
Bij veel wiskundige stellingen is het het geval, dat ze kunnen worden gebruikt om andere stellingen te bewijzen. Ook zijn er van veel wiskundige stellingen weer andere stellingen afgeleid. Dit is ook zo bij de stelling van Ramsey. Drie voorbeelden zijn de stelling van Van der Waerden, de stelling van Hales-Jewett en de stelling van Schur. Dus ondanks dat hij maar erg kort geleefd heeft en al heel wat jaren overleden is, leeft Ramseys naam voort in wiskundige werken. Hij is nog niet vergeten! •

## Referenties

- R. Graham e.a., *Ramsey Theory*, John Wiley & Sons, NY (1980)
- Stanislaw Radziszowski, *Small Ramsey numbers* (2006)

j, k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	1	3	6	9	14	18	23	28	36
4	1	4	9	18	25	41	61	84	115
5	1	5	14	25	49	87	143	216	316
6	1	6	18	41	87	165	298	495	780
7	1	7	23	61	143	298	540	1031	1713
8	1	8	28	84	216	495	1031	1870	3583
9	1	9	36	115	316	780	1713	3583	6588

Tabel 4.  $R(j, k)$  uitgerekend voor kleine waarden van  $j$  en  $k$ , de gearceerde waarden zijn bovengrenzen.



# OP WEG NAAR NUMMER 1

Wij willen het beste en meest gevraagde IT-consulting bedrijf zijn. Om dit waar te kunnen maken zijn wij voortdurend op zoek naar gedreven young professionals met een passie voor IT. Wil jij de top van het bedrijfsleven helpen excelleren? En samen met ons nummer 1 worden? Kijk dan op onze site naar de mogelijkheden.

**Getronics**  
Consulting

a KPN company

[GetronicsConsulting.com](http://GetronicsConsulting.com)

# Touch Display

DOOR LUC VLAMING

Spelcomputers zijn voor veel dingen erg leuk om te hebben. Je kunt op de meeste leuke spellen spelen of bijvoorbeeld een film kijken. Waar vaak echter minder aan gedacht wordt, is dat de consoles (en accessoires zelf) vaak spotgoedkoop zijn. Er zijn bijvoorbeeld al renderfarms die gebruikmaken van de Playstation 3 om daar hun films mee te renderen. De Wii Remote (nickname “Wiimote”) is ook zoiets.

Voor een schamele 36 dollar (volgens de wisselkoers vandaag is dat nog maar 27 euro) heb je het apparaat waarmee je dagelijks een potje tennis tegen iemand zou kunnen spelen. Maar voor dat geld heb je ook direct een zeer goede infraroodcamera in huis (de Wiimote kan nog meer, maar dat is hier niet van belang). Deze infraroodcamera heeft een resolutie van  $1024 \times 768$  pixels, en draait op 100Hz, wat het mogelijk maakt om goed je spelletjes te spelen. Er zitten echter meer voordelen aan...

Normaal wordt deze camera gebruikt in combinatie met een zogenaamde *sensor bar*. In feite is dit niks anders dan een balk met een aantal infrarode LEDs erin. Je zet deze sensor bar op de tv waarop je de Wii-spelcomputer hebt aange-

sloten. Bij het spelen van de spelletjes ziet de Wiimote deze LEDs, en kan zo de positie van de Wiimote met betrekking tot het scherm bepalen.

Dit principe kun je echter ook omdraaien (dit idee komt van Johnny Lee), en dan heb je een Wiimote die ergens stil ligt en die vier punten in een vlak kan zien. Als je dan je vingers reflecterend maakt, en parallel aan de camera van de Wiimote infrarood licht uitzendt, dan kan de Wiimote je vingers “zien” op het moment dat deze zich in het beeld van de camera bevinden.

## Mijn onderzoek

Voor mijn bacheloronderzoek kijk ik naar handige toepassingen hiervan. Ik heb ervoor gekozen om de duim en wijsvinger van iedere hand reflecterend te maken. Als je bij het samenknijpen van je duim en wijsvinger een touch registreert, kun je interactief werken met de computer, zonder deze direct aan te raken. Oftewel, je hebt een touch display, maar de besturing van de computer gebeurt in de lucht.

Je hebt hier echter nog wel een probleem, want de computer ziet

maximaal vier punten, gegenereerd door het tonen van maximaal vier reflecterende vingers. Deze punten hebben echter wel allemaal dezelfde kleur. Je hebt hier dus een soort classificatieprobleem, want om echt invoer aan de computer te kunnen geven en dus te weten wanneer je je wijsvinger en duim samenknijpt, moet je weten bij welke hand een punt hoort.

Uiteindelijk hebben we een methode bedacht die relatief vaak goed gokt welke vinger bij welk punt hoort, door te kijken naar de volgorde waarin de punten zichtbaar worden, en te onthouden waar elk punt de laatste keer was.

Het systeem heeft echter (helaas) nog een probleem. Omdat je maar één camera gebruikt, kun je geen diepte zien. De informatie over waar je vingers zich bevinden, is informatie in een plat vlak. Op het moment dat je je handen dus achter elkaar langs beweegt, mist de camera je even één of meerdere van de punten.

Dit levert problemen op, want hier is helaas geen goed werkende complete oplossing voor. Je kunt namelijk nooit genoeg camera's neerzetten om altijd alle punten te



zien (je lichaam staat ervoor, je hand zelf, et cetera). Natuurlijk is het wel zo dat de kans groter wordt dat je alle punten ziet met iedere camera die je erbij zet.

In mijn systeem ben ik maar één camera blijven gebruiken, wat dus wel problemen oplevert. Wat echter bleek, is dat je met wat training redelijk foutloos en soepel met het systeem kunt leren werken. We hebben tijdens de Bètagedag een aantal mensen met het systeem laten spelen, en die konden meestal na wat uitleg en even oefenen (een minuut voor simpele handelingen, maximaal vijf minuten voor alle

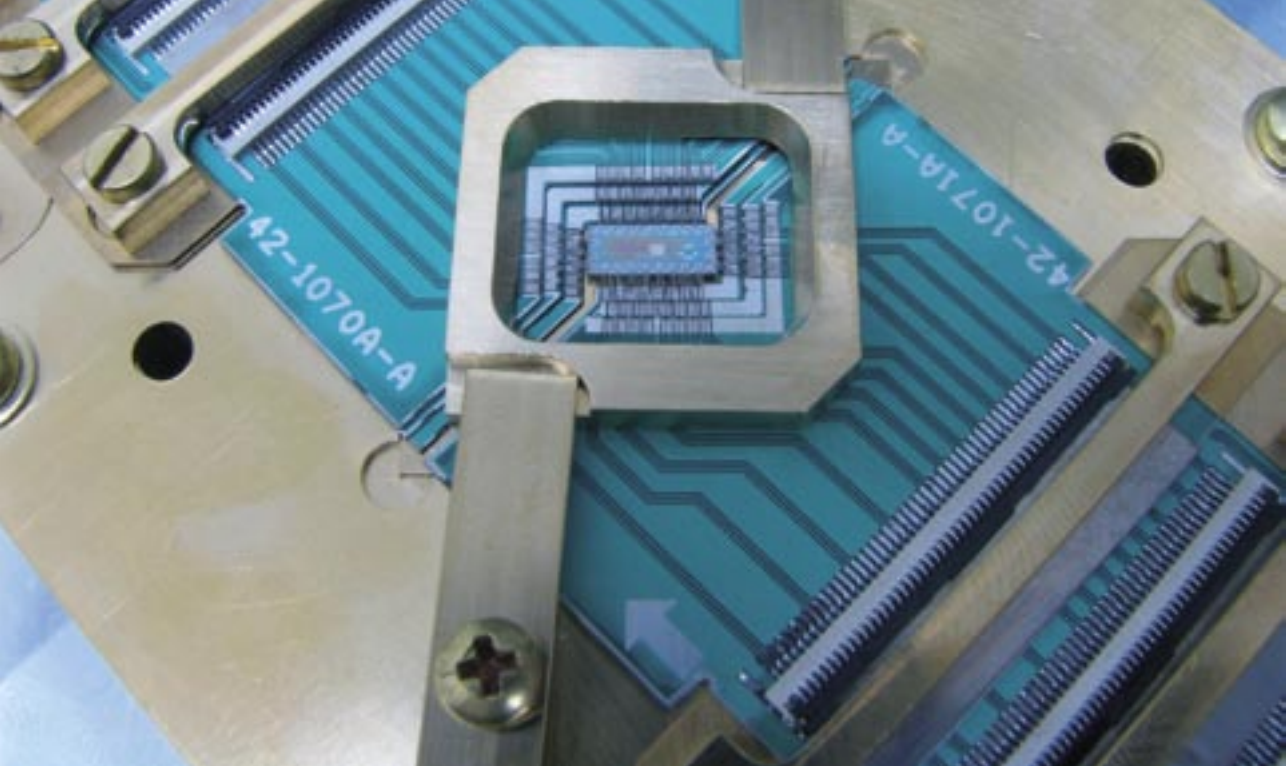
interacties zoals zoomen en dergelijke) ook met het systeem werken.

Vervolgens heb ik hiermee een presentatieprogramma gemaakt, en heb ik mijn werk ook gepresenteerd tijdens de presentaties van de bachelorprojecten. Waar ik achter kwam is dat je altijd naar het publiek blijft kijken, iets wat ik persoonlijk best handig vind. Het verschil met een speciaal voor powerpointpresentaties ontworpen pakket is dat je je niet hoeft om te draaien als je wat wilt aanwijzen voor het publiek op je slide. Er is nu dus geen reden meer om niet het publiek aan te kijken, en dit kan

een hoop schelen voor hoe mensen je presentatie beoordelen.

Wat heel erg leuk was, en wat ik mensen zeker wil aanraden, is dat we (Tobias Isenberg en ik) een paper hebben geschreven over hoe en wat we gedaan hebben. Dit paper is geaccepteerd, en dat hebben we vervolgens ook gepresenteerd op een conferentie (Tabletop 2008). Ik moet zeggen dat het je heel erg motiveert om naar zo'n conferentie te gaan, en dat je er heel veel mensen met interessante ideeën tegen komt. En dat geeft eigenlijk alleen maar meer energie om verder te gaan met onderzoek. •





## A year abroad: Silicon Valley

DOOR RENÉ KIST

Hi there, fellow FMF'ers! For many of you, an internship is part of your curriculum. Even if it's not, you might still consider doing one before leaving the protective bubble of Academia for a job in the Real World. While there are plenty of excellent internships available in the Netherlands, it is a great opportunity to go abroad. Through the Molecular Electronics group of prof. Blom, where I am working on my Master's thesis, I managed to land an internship at the Palo Alto Research Center in Silicon Valley.

**T**he “Valley” in Silicon Valley is the Santa Clara Valley, just south of San Francisco. The “Silicon” refers to this region's main industry: Technology. With a long history as a military research site and with Stanford University's Research Park nearby, companies such as Intel and HP settled here in the 1950s and 60s. Many others have set up shop since: Google, Apple, Sun and Oracle to name a few. But it's not all tech giants: 40% of all investments in start-up companies in all of the US are done in Silicon Valley. This bustling environment attracts high-tech professionals from all over the globe and more than half of the working population is foreign-born. Needless to say;

to live and work here is something every tech-minded person would want to experience. And I haven't even mentioned the natural beauty and sunny weather that is native to Northern California...

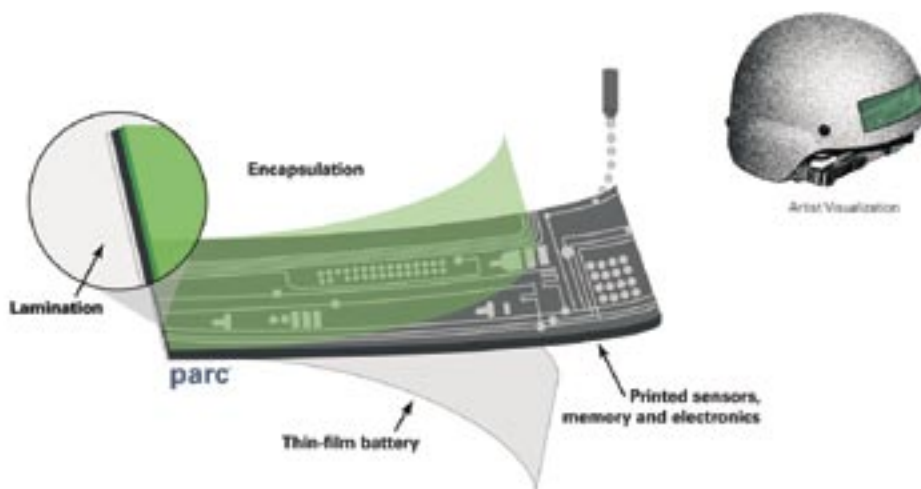
### PARC

The Palo Alto Research Center, formerly part of Xerox, has played a remarkable role in Silicon Valley's history. It is the birthplace of ethernet, object-oriented programming, the GUI and PostScript, the last two of which have made fame through Apple and Adobe respectively, rather than through Xerox itself. On the physics side of



things, PARC is best known for its innovations on lasers (e.g. laser printing) and LCDs. Nowadays, PARC is a largely independent research institute that collaborates with universities, companies and other organizations to develop new innovations in a wide range of fields, from biomedics and nanotechnology to ubiquitous computing and networking. True to their Xerox roots, scientists at PARC are also improving the technique of ink-jet printing and applying it to new areas, such as electronics. And I happen to be one of those scientists!

method similar to those used in the packaging industry. It does mean one has to come up with materials other than silicon (Si) or gallium arsenide (GaAs), which are brittle and have to be processed in a cleanroom. This is why we use carbon-based “organic” electronics: conductive polymers and small molecules that can be dissolved and printed. For electrodes and wiring, we use solubilized metal nanoparticles. This manufacturing approach opens up a whole world of possible “smart tapes” that can measure light, sound, smell, touch and more.



PARC's Sensor Tape innovation: all-printed disposable blast dosimeter  
© 2008 Palo Alto Research Center, Inc. All Rights Reserved.

## Sensor Tape

The project I'm working on is funded by the US Defense Advanced Research Projects Agency (DARPA). With them, we are developing a flexible sensor that is attached to a soldier's helmet and records battlefield blast events. Since internal hemorrhaging of the brain is not easily detected, this “Sensor Tape” will allow medics to identify soldiers who are likely to have brain damage before it is permanent. To do this, the tape holds several acceleration, air pressure and light sensors, as well as memory cells and circuitry to drive the sensors. The tape has to be replaced every week, so the manufacturing costs have to be low. Flexible substrates and ink-jet printing are compatible with roll-to-roll processing, which is a potentially very cheap manufacturing

My internship at PARC has showed me what life is like one step closer to industry, yet without leaving fundamental research. I can highly recommend doing an internship abroad, it will give you the sort of experience you simply can't get from staying in Groningen! For more information visit our own Molecular Electronics group at <http://me.fmfns.rug.nl>, PARC at [www.parc.com](http://www.parc.com), or contact me at [kist@mf.nl](mailto:kist@mf.nl).



# Naast je studie

DOOR ERIK WEITENBERG EN MARIJE BAKKER

In de rubriek 'naast je studie' vertelt een van onze medestudenten iets over een hobby of andere activiteit die veel tijd kost. Deze keer vertelt Hidde-Jan, tweedejaars wiskundestudent, over het bedrijf Solid Square, waar hij mede-eigenaar van is.

**T**oen Hidde-Jan nog op de middelbare school zat, was er Kennisnet, een organisatie die wedstrijden organiseerde voor scholieren die websites wilden bouwen. Na redelijk hoog (eerste en derde) gescoord te hebben gingen Hidde-Jan en zijn teamgenoten even om de tafel zitten: het zou toch zonde zijn om het bij een paar prijzen te laten? Solid Square was geboren.

Na een paar websites te hebben ontworpen en gebouwd voor kennissen en vrienden werd het tijd voor iets serieus. Om ook zaken te kunnen doen met bedrijven richtten ze een vennootschap op. De opdrachten stroomden steeds sneller binnen, en eind 2007 werd Solid Square gevraagd een webshop in elkaar te zetten. Toen werd het tijd om mensen in dienst te nemen. Na twee freelanceprogrammeurs ingehuurd te hebben, kon het echte werk beginnen.

De opdrachten volgden elkaar inmiddels snel op, dus ook het aantal werknemers steeg gestaag. Met meer mensen kwam ook minder ruimte per persoon, en aangezien al het werk nog op de kamer van een van de ondernemers plaatsvond, gingen Hidde-Jan en zijn



collega's maar eens op zoek naar een kantoorpand. De verhuizing is inmiddels achter de rug, en Solid Square heeft nu acht werknemers en een kantoor aan de Zilverlaan.

Hoewel er drie 'directeuren' zijn, is er niet echt iemand duidelijk het opperhoofd; de 'directie' doet net zoveel voor een opdracht als de andere werknemers (met als enige uitzondering degene die verantwoordelijk is voor communicatie met de buitenwereld en de financiën). Meestal worden de acht werknemers opgesplitst in twee teams van vier (er lopen meestal twee of drie opdrachten tegelijk), maar bij de echt grote opdrachten moet iedereen meedoen.

Bedrijven die failliet gaan, doen dat meestal in de eerste paar jaar, en Solid Square doet het nog steeds heel goed. Het geheim van de smid? Veel afkijken bij de mensen die het vaker hebben gedaan, aldus Hidde-Jan. Niet knippen en plakken, uiteraard, maar je leert zeker een paar handige foefjes. Daarnaast is het belangrijk heel goed te blijven communiceren, want de klant weet aan het begin nog niet altijd precies wat hij wil, of wat de bezoekers van de website prettig vinden.

Hoewel er werk in overvloed is, moet er ook nog gestuurd worden. Hidde-Jan werkt dus op vrijdagmiddag en zaterdag, en loopt de rest van de week keurig college. De meeste werknemers zijn studenten en werken dus ook op zaterdag, dat is de enige dag in de week dat iedereen op kantoor zit.

Al met al is het ondernemen Hidde-Jan goed bevallen. Het weekend is wat korter, maar er staat leuk werk en een fijn salaris tegenover. •



# Oud breinwerk

DOOR CORINE MEINEMA

**M**eteen na de verschijning van de perio kreeg de redactie de goede oplossing van het breinwerk van Twan van Laarhoven. Hij had een paar weken daarvoor een programmaatje gemaakt dat in een mum van tijd Japanse puzzels op kan lossen. Het goede antwoord ziet er dan ook zo uit:



De redactie werd na deze mail overspoeld met goede oplossingen van het breinwerk. De meest originele beschrijving van de oplossing werd geformuleerd door Kasper Duivenvoorden:

*De zwanen zitten gewoon een beetje te chillen. Een van hen, de linker heeft zijn nek gebogen om wat te drinken. De rechter doet een beetje prominent. De boom aan de linkerkant van het tafereel is donker van aard. Hij heeft in ieder geval genoeg blad om de zomer door te komen. De haard in het huisje brandt, welke aan de overzijde van het met zwanen bevulde meer staat; Dit huisje heeft bovendien twee zichtbare ramen en een deur aan de voorkant en ook heeft het een schoorsteen waar rook uitkomt.*

Ondanks deze originaliteit is Mai Ho door loting winnaar geworden van het oude breinwerk. Mai, gefeliciteerd! •

# Nieuw breinwerk

DOOR WILLEM HENDRIKS

**G**raaf Tel telt erg graag. Om 12 uur 's middags ziet hij op zijn horloge dat de grote en de kleine wijzer precies over elkaar heen staan. Hij telt tot en met 12 uur 's nachts hoe vaak dit gebeurt (inclusief 12 uur 's nachts en 's middags). Hoe vaak staan de wijzers precies over elkaar?

Graaf kan maar niet genoeg tellen en wil meer. Op zijn digitale klok die precies op 23:59:59 staat, turft Graaf Tel elke seconde het aantal l'en dat hij ziet. Dit doet hij de hele nacht en ochtend lang, en valt 's middags in slaap net voordat zijn wekker 12:00:00 aangeeft. Hoeveel l'en heeft Graaf Tel in totaal geturfd?

Weet jij het antwoord op deze vragen?

Stuur het op naar [perio@fmf.nl](mailto:perio@fmf.nl) en maak kans op een leuke prijs!

Is er geen goed antwoord ingestuurd, dan wint degene die er het dichtst bij zit.

De deadline is 5 juni. •





**Schut Geometrische Meettechniek** is een internationale organisatie met vijf vestigingen in Europa en de hoofdvestiging in Groningen. Het bedrijf is ISO 9001 gecertificeerd en gespecialiseerd in de ontwikkeling, productie en verkoop van precisie meetinstrumenten en -systemen.

Aangezien we onze activiteiten uitbreiden, zijn we continu op zoek naar enthousiaste medewerkers om ons team te versterken. Als jij wilt werken in een bedrijf dat mensen met ideeën en initiatief waardeert, dan is Schut Geometrische Meettechniek de plaats. De bedrijfsstructuur is overzichtelijk en de sfeer is informeel met een "no nonsense" karakter.

Wij zijn continu op zoek naar uitbreiding van de technische verkoop, software support en ontwikkeling van onze 3D meetmachines. Hierbij gaat het om functies zoals **Sales Engineer**, **Software Support Engineer**, **Software Developer (C++)**, **Electronics Developer** en **Mechanical Engineer**. Een combinatie van functies is ook mogelijk. Voor deze functies zijn ook stageplaatsen beschikbaar.

#### **Open sollicitaties:**

Open sollicitaties zijn altijd welkom.  
Voor echt talent is er altijd ruimte.

Voor meer informatie kijk op [www.Schut.com](http://www.Schut.com) en [Vacatures.Schut.com](http://Vacatures.Schut.com), of stuur een e-mail naar [Sollicitatie@Schut.com](mailto:Sollicitatie@Schut.com).

